

## Часть 1

### Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Тренировочный вариант № 18

#### Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

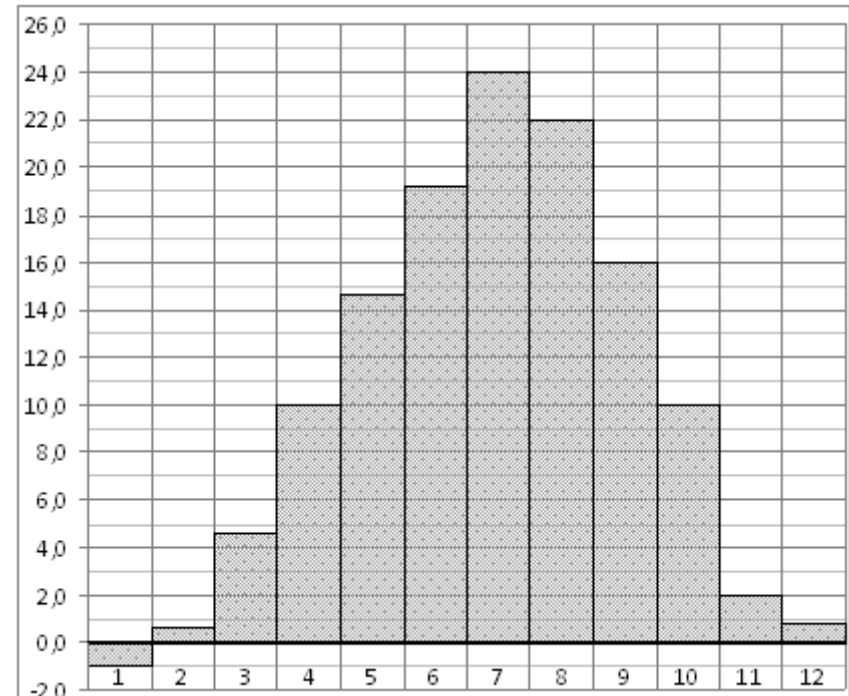
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

**Желаем успеха!**

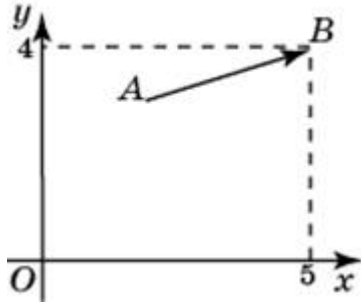
*Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

**В1** Костюм состоит из пиджака, брюк и жилета. Пиджак дороже брюк на 26% и дороже жилета на 60%. На сколько процентов жилет дешевле брюк?

**В2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия.



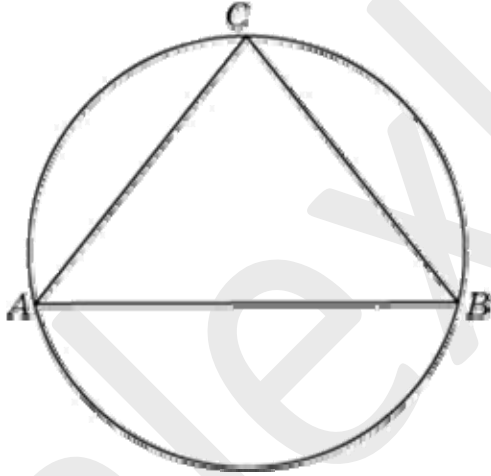
**В3** Вектор  $\overrightarrow{AB}$  с концом в точке  $B(5, 4)$  имеет координаты  $(3, 1)$ . Найдите сумму координат точки  $A$ .



**В4** Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 40 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

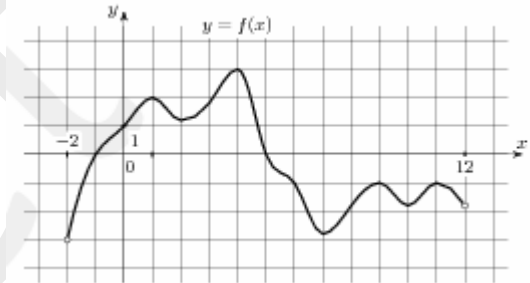
**В5** Решите уравнение  $(x-1)^3 = -8$ .

**В6** Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



**В7** Найдите значение выражения  $\log_4 \log_5 25$ .

**В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $y = f(x)$ .



**В9** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания пересекаются в точке  $M$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 3,  $MS=1$ . Найдите объем пирамиды.

**В10** Вероятности того, что деталь определенного типа находится в первом, втором, третьем или четвертом ящике, соответственно равны 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Найти вероятности того, что эта деталь находится не более, чем в трех ящиках.

**В11** Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.

**В12** Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий  $V = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,5$  атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha VT \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха,  $p_1$  (атм) — начальное давление, а  $p_2$  (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления  $p_2$  можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

**В13** Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

**В14** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**С1** Дано уравнение.

а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x - \cos x + 1}{\sqrt{\sin 3x - \cos 2x}} = 0$

б) Найдите все корни на промежутке  $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

**С2** Точки К, Р, М – середины ребер AD, DC и  $A_1B_1$  соответственно куба  $ABCDAA_1B_1C_1D_1$ . Найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью, проходящей через точку К перпендикулярно прямой MP.

**С3** Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(\log_{x-1}(5-x))^2}{x^2 - 8x + 15} \geq 0 \\ \left(4^{\lg x} + x^{\lg 4} - 128\right) \left(\frac{5^x - 25}{3 - 2^x}\right) \left(\frac{(x-3)(1-x)}{|(x-3)(x-1)|} + \frac{1}{5} \sin 4x\right) \geq 0 \end{cases}$$

**С4** Две окружности касаются внешним образом. Прямая касается первой окружности в точке М и пересекает вторую окружность в точках А и В. Найдите радиус первой окружности, если известно, что  $AB = 12$ ,  $MB = 6$ , а радиус второй окружности равен 10.

**С5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для любого значения  $x$  выполняется неравенство  $\left|3 \sin^2 x + 2a \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + a\right| \leq 3$

**С6** Требуется сделать набор гирек, каждая из которых весит целое число граммов, с помощью которых можно взвесить любой целый вес от 1 грамма до 55 граммов включительно даже в том случае, если некоторые гирьки потеряны (гирьки кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую).

а) необходимо подобрать 10 гирек, из которых может быть потеряна любая одна;  
 б) необходимо подобрать 12 гирек, из которых могут быть потеряны любые две.  
 (В обоих случаях докажите, что найденный Вами набор гирек обладает требуемыми свойствами.)