

МАТЕМАТИКА**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы – 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 8 заданий с кратким ответом A1 – A4, B1 – B4; в *части II* – 3 задания с полным решением C1 – C3.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом B5 – B9, в *части II* – 3 задания с полным решением C4 – C6.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания в *части I* с кратким ответом B10 – B16.

Сначала выполняйте задания *части I*. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий *части I* нужно указывать только ответы. При этом:

- при выполнении заданий A1 – A4 ответы необходимо занести в бланк ответов АВ под номером выполняемого задания. К каждому заданию A1 – A4 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный.
- ответом на задания B1 – B2, B4 – B8, B10 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.
- в задании B3 требуется установить соответствие между некоторыми объектами. Для объектов А, Б и В, расположенных в **алфавитном** порядке, укажите соответствующие номера объектов 1, 2, 3 или 4. Т.о. ответом к заданию B3 является последовательность цифр, записанных в **установленном** порядке без пробелов и использования других символов, например: 214.
- ответом к заданию B9 является последовательность цифр, записанных в **любом** порядке без пробелов и использования других символов, например: 124. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.
- при исправлении неверного ответа в заданиях B1 – B16 зачеркните старый ответ и справа без пробелов запишите новый.

При выполнении заданий *части II* (C1 – C6) в бланк ответов С необходимо записать обоснованное решение и ответ. Текст задания не следует переписывать в бланк, необходимо лишь указать его номер.

Контрольно-измерительные материалы, выданные участникам экзамена, могут использоваться в качестве черновиков.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, но из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

При выполнении заданий А1 – А4 в бланке ответов АВ под кодом выполняемого вами задания поставьте знак «х» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа

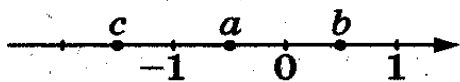
А1

Какому из указанных ниже выражений равно произведение $0,03 \cdot 0,0003 \cdot 0,0000003$?

- 1) $3 \cdot 10^{-13}$ 2) $3 \cdot 10^{-7}$ 3) $27 \cdot 10^{-13}$ 4) $27 \cdot 10^{-7}$

А2

На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих неравенств выберите *верное*.

- 1) $abc < 0$ 2) $a^2 > c^2$ 3) $\frac{c}{a} < b$ 4) $a + c < b$

А3

Какому из указанных ниже выражений равно частное

$$\frac{8b^2}{a^2 - 36b^2} : \frac{b}{a^2 - 6ab} ?$$

- 1) $\frac{8ab}{a - 6b}$ 2) $\frac{8ab}{a + 6b}$ 3) $\frac{7ab^2}{a + 6b}$ 4) $\frac{8ab}{a - 6}$

А4

Какое из указанных ниже множеств является решением неравенства $x^2 - x \leq 0$?

- 1) $[0;1]$ 2) $[-1;0]$ 3) $(-\infty;0] \cup [1;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

Ответом на задания В1 – В2 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке.

В1

Решите уравнение $-6(5 - 3x) = 8x - 7$.

В2

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{21}}$.

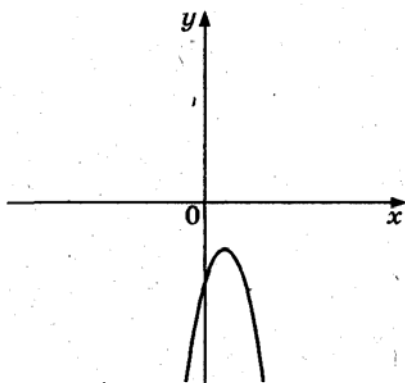
Ответом к заданию В3 является последовательность цифр, записанных в установленном порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

В3

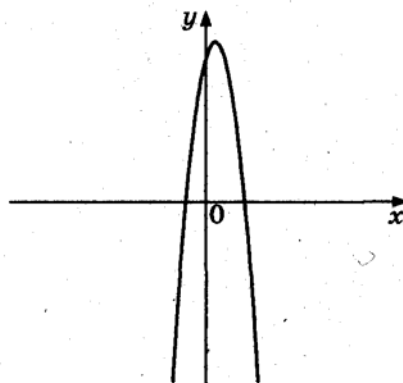
На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫА. $a > 0$ и $c > 0$ Б. $a < 0$ и $c > 0$ В. $a < 0$ и $c < 0$ **ГРАФИКИ**

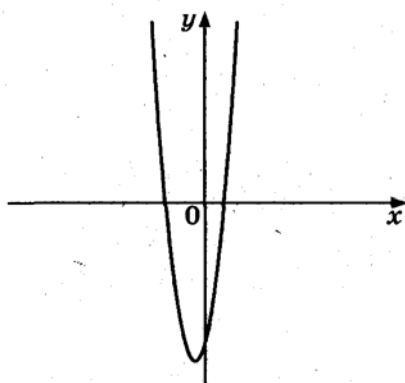
1)



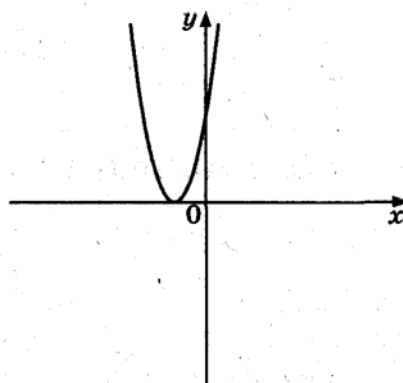
2)



3)



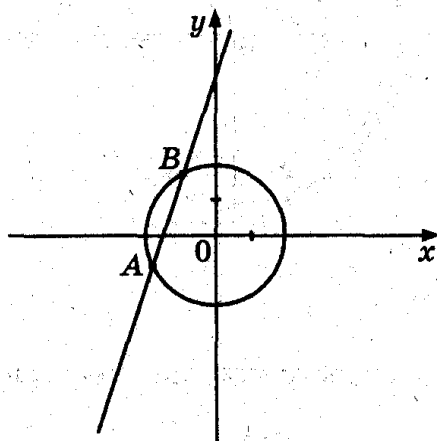
4)



Ответом к заданиям В4 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке.

В4

Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 5$, а прямая – уравнением $y = 3x + 5$. Вычислите абсциссу точки A .



Модуль «Геометрия»

Ответом на задания В5 – В8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В5

Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

В6

В ромбе $ABCD$ известны диагонали $AC=6$ и $BD=8$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

В7

Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна $2\sqrt{2}$. Найдите площадь треугольника.

В8

В четырехугольнике $ABCD$ $AB=7$, $BC=13$ и $CD=11$. Найдите четвертую сторону четырехугольника, если в него можно вписать окружность.

Ответом к заданию В9 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишете в отдельной клеточке.

В9

Укажите в ответе номера **верных** утверждений:

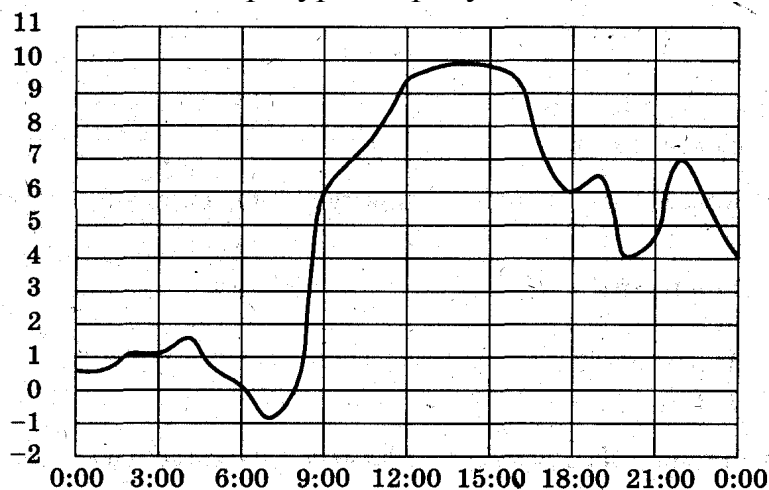
- 1) Существует треугольник, сторона которого равна сумме двух других сторон.
- 2) Существует треугольник, угол которого равен сумме двух других углов.
- 3) Любой треугольник имеет не менее двух тупых внешних углов.
- 4) В равных треугольниках высоты равны.

Модуль «Реальная математика»

Ответом на задания В10 – В15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В10

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия.



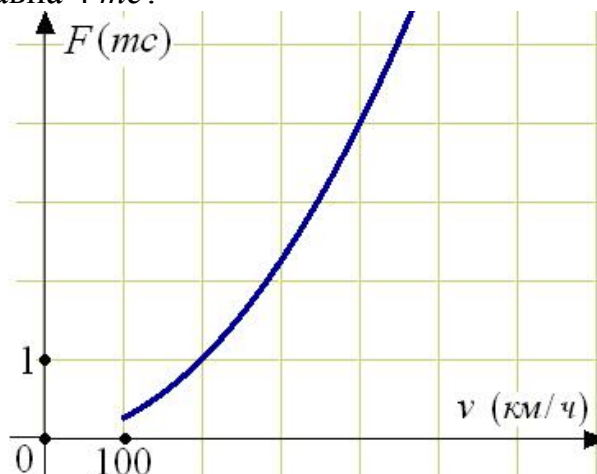
Найдите наименьшее значение температуры во второй половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В11

В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 50%, а во второй – на 10%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 3000 рублей?

B12

Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, при какой скорости (в км/ч) подъемная сила равна 4 тс?

**B13**

В 21 м одна от другой растут две сосны. Высота одной сосны 39 м, а другой – 11 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.

B14

В магазин привезли партию сумок, 985 из которых оказались без брака, 15 - бракованных. Какова вероятность покупки бракованной сумки.

B15

Расстояние S (в метрах), которое пролетает тело при свободном падении, можно приближенно вычислить по формуле $s = vt + 5t^2$, где v - начальная скорость (в м/с), t – время падения (в с). На какой высоте от земли окажется камень, упавший с высоты 120 м, через 4 с после начала падения, если его начальная скорость равна 7 м/с? Ответ дайте в метрах.

Ответом к заданию B16 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

B16

В среднем у каждого ученика класса, где учится Миша, есть по 7 тетрадок. У Толи 6 тетрадок. Укажите номера **неверных** утверждений.

- 1) Существует ученик, у которого 7 тетрадок.
- 2) Возможно, найдется ученик, у которого тетрадок столько, сколько у Толи.
- 3) Существует ученик, у которого есть хотя бы 8 тетрадок.
- 4) У Толи меньше всех тетрадок.

Часть 2

При выполнении заданий этой части в бланк ответов С под кодом выполняемого вами задания (С1 – С6) занесите полное обоснованное решение и ответ.

Модуль «Алгебра»

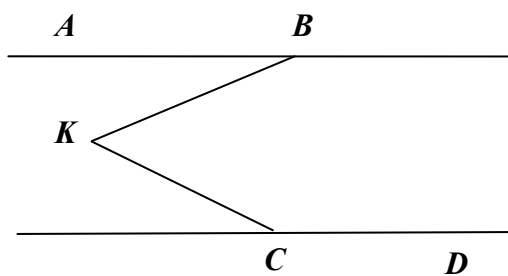
С1 Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $-30,8$?

С2 Два пешехода должны выйти навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 20 км. Если первый выйдет на полчаса раньше второго, то он встретит второго пешехода через $2,5$ ч после своего выхода. Если второй выйдет на 1 ч раньше первого, то он встретит первого пешехода через 2 ч 40 мин после своего выхода. Какова скорость каждого пешехода?

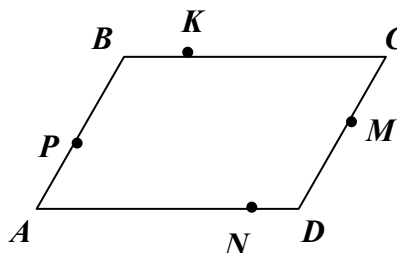
С3 Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{2x - 2y + 10} + \sqrt{x + 3y - 3}$ и укажите пары значений x и y , при которых оно достигается.

Модуль «Геометрия»

С4 На рисунке прямые AB и CD параллельны, $\angle ABK = 30^\circ$, $\angle KCD = 140^\circ$. Найдите величину угла BKC .



С5 На рисунке $ABCD$ - параллелограмм. На его сторонах отмечены точки P , K , M и N так, что $BK = ND$, $BP = MD$. Докажите, что четырехугольник $PKMN$ - параллелограмм.



C6

Каждое основание AD и BC трапеции $ABCD$ продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов A и B этой трапеции пересекаются в точке K , биссектрисы внешних углов C и D пересекаются в точке E . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если длина отрезка KE равна 28.

МАТЕМАТИКА**Инструкция по выполнению работы**

Общее время работы – 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 8 заданий с кратким ответом A1 – A4, B1 – B4; в *части II* – 3 задания с полным решением C1 – C3.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом B5 – B9, в *части II* – 3 задания с полным решением C4 – C6.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания в *части I* с кратким ответом B10 – B16.

Сначала выполняйте задания *части I*. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий *части I* нужно указывать только ответы. При этом:

- при выполнении заданий A1 – A4 ответы необходимо занести в бланк ответов AB под номером выполняемого задания. К каждому заданию A1 – A4 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный.
- ответом на задания B1 – B2, B4 – B8, B10 – B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов AB справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.
- в задании B3 требуется установить соответствие между некоторыми объектами. Для объектов A, B и B, расположенных в **алфавитном** порядке, укажите соответствующие номера объектов 1, 2, 3 или 4. Т.о. ответом к заданию B3 является последовательность цифр, записанных в **установленном** порядке без пробелов и использования других символов, например: 214.
- ответом к заданию B9 является последовательность цифр, записанных в **любом** порядке без пробелов и использования других символов, например: 124. Ответ следует записать в бланк ответов AB справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.
- при исправлении неверного ответа в заданиях B1 – B16 зачеркните старый ответ и справа без пробелов запишите новый.

При выполнении заданий *части II* (C1 – C6) в бланк ответов C необходимо записать обоснованное решение и ответ. Текст задания не следует переписывать в бланк, необходимо лишь указать его номер.

Контрольно-измерительные материалы, выданные участникам экзамена, могут использоваться в качестве черновиков.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, но из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

При выполнении заданий А1 – А4 в бланке ответов АВ под кодом выполняемого вами задания поставьте знак «х» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа

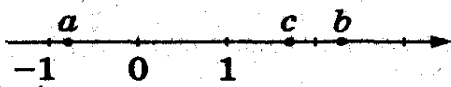
А1

Какому из указанных ниже выражений равно произведение $0,02 \cdot 0,0002 \cdot 0,000002$?

- 1) $2 \cdot 10^{-12}$ 2) $8 \cdot 10^{-12}$ 3) $2 \cdot 10^{-6}$ 4) $8 \cdot 10^{-6}$

А2

На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих неравенств выберите **верное**.

- 1) $abc > 0$ 2) $a^2 > c^2$ 3) $\frac{c}{a} > b$ 4) $a + c < b$

А3

Какому из указанных ниже выражений равно частное $\frac{4a^2}{9a^2 - b^2} : \frac{a}{3ab - b^2}$?

- 1) $\frac{4ab}{3a + b}$ 2) $\frac{4ab}{3a - b}$ 3) $\frac{3a^2b}{3a + b}$ 4) $\frac{4a^2b}{a(3a + b)}$

А4

Какое из указанных ниже множеств является решением неравенства $x^2 + x > 0$?

- 1) $(-1; 0)$ 2) $(0; 1)$ 3) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$

Ответом на задания В1 – В2 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке.

В1

Решите уравнение $-7(5 - 2x) = 4x - 3$.

В2

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{10}}$.

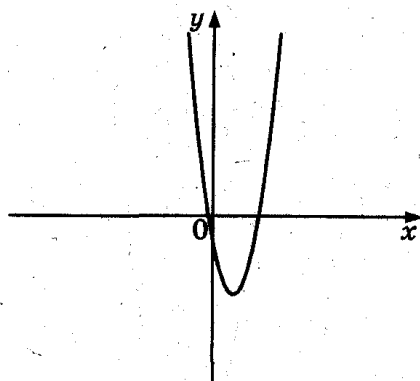
Ответом к заданию В3 является последовательность цифр, записанных в установленном порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

В3

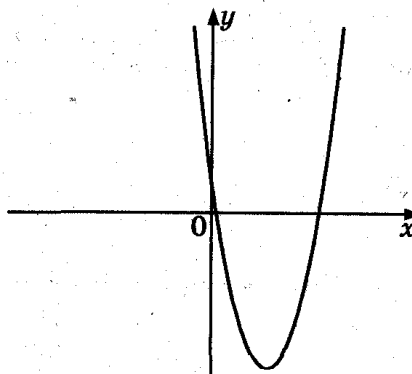
На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫА. $a > 0$ и $c < 0$ Б. $a < 0$ и $c > 0$ В. $a < 0$ и $c < 0$ **ГРАФИКИ**

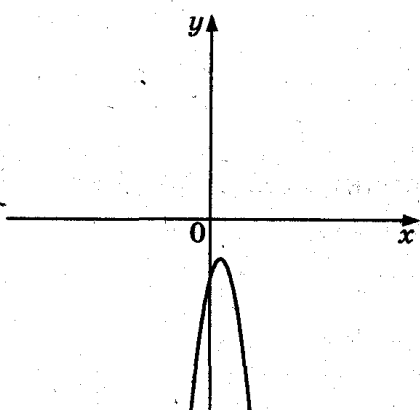
1)



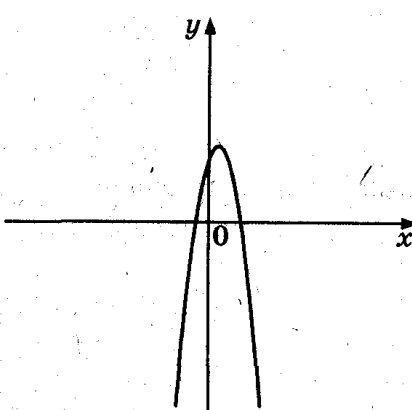
2)



3)



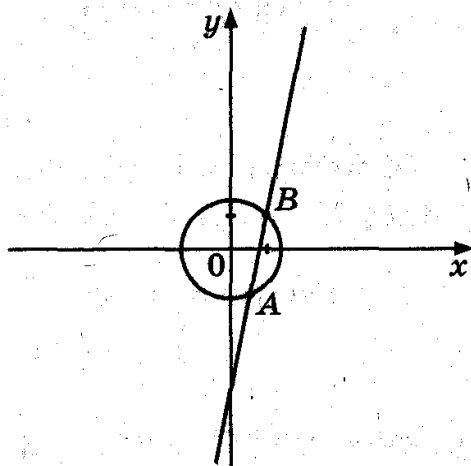
4)



Ответом к заданиям В4 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке.

В4

Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 2$, а прямая – уравнением $y = 5x - 4$. Вычислите абсциссу точки B .



Модуль «Геометрия»

Ответом на задания В5 – В8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В5

Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 2:7. Найдите меньший острый угол. Ответ дайте в градусах.

В6

В ромбе $ABCD$ известны диагонали $AC=6$ и $BD=8$. Найдите длину вектора $\vec{BA} - \vec{BC}$.

В7

Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь треугольника.

В8

В четырехугольнике $ABCD$ $AB=6$, $AD=15$ и $DC=12$. Найдите четвертую сторону четырехугольника, если в него можно вписать окружность.

Ответом к заданию В9 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишете в отдельной клеточке.

В9

Укажите в ответе номера **верных** утверждений:

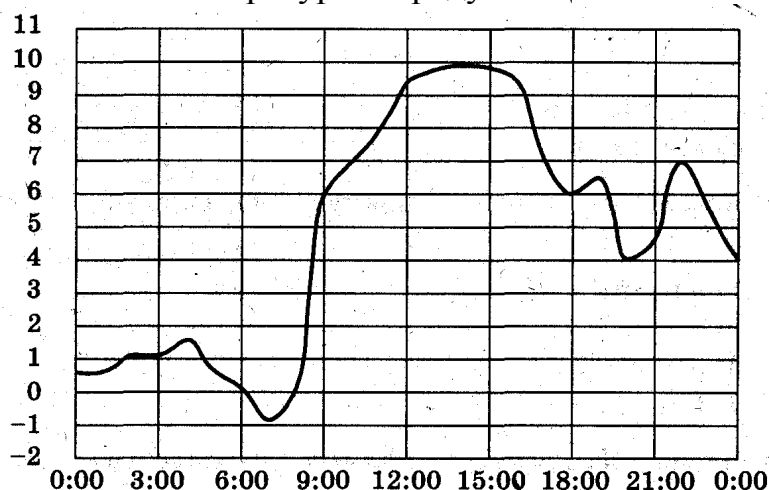
- 1) Сторона любого треугольника меньше суммы двух других сторон.
- 2) Угол любого треугольника меньше суммы двух других углов.
- 3) У любого треугольника существует хотя бы один тупой внешний угол.
- 4) В равных треугольниках медианы равны.

Модуль «Реальная математика»

Ответом на задания В10 – В15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В10

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия.



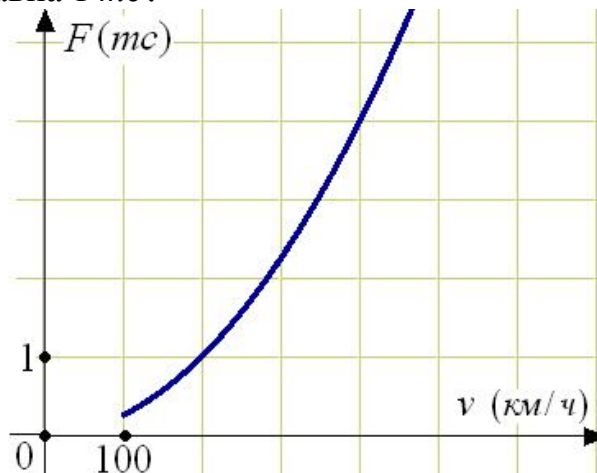
Найдите наибольшее значение температуры после 18 часов. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В11

В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 50%, а во второй – на 7%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 2000 рублей?

B12

Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, при какой скорости (в км/ч) подъемная сила равна 1 тс?

**B13**

В 24 м одна от другой растут две сосны. Высота одной сосны 50 м, а другой – 18 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.

B14

В магазин привезли партию сумок, 975 из которых оказались без брака, 25 - бракованных. Какова вероятность покупки сумки без брака.

B15

Расстояние S (в метрах), которое пролетает тело при свободном падении, можно приближенно вычислить по формуле $s = vt + 5t^2$, где v - начальная скорость (в м/с), t – время падения (в с). На какой высоте от земли окажется камень, упавший с высоты 110 м, через 3 с после начала падения, если его начальная скорость равна 7 м/с? Ответ дайте в метрах.

Ответом к заданию B16 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

B16

Средний рост жителя города, в котором живет Коля, равен 170 см. Рост Коли 173 см. Укажите номера **неверных** утверждений.

- 1) Коля – самый высокий мальчик в городе.
- 2) Возможно, найдется в городе мальчик, рост которого такой же, как и у Коли.
- 3) Существует житель города, рост которого 167 см.
- 4) Существует житель города, рост которого менее 173 см.

Часть 2

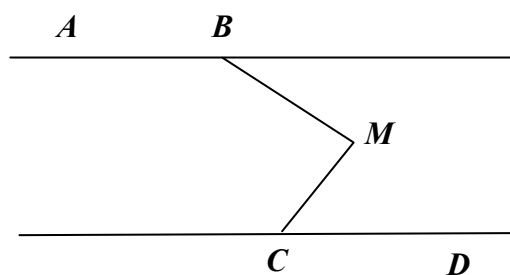
При выполнении заданий этой части в бланк ответов С под кодом выполняемого вами задания (С1 – С6) занесите полное обоснованное решение и ответ.

Модуль «Алгебра»

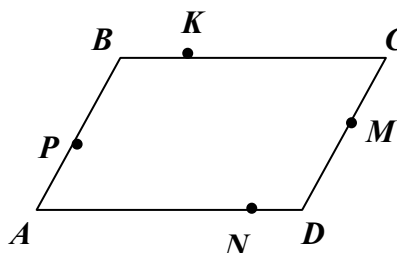
- С1** Число 10,4 является шестым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число 5,8 является ее шестнадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число 6,2?
- С2** Из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км, должны выехать навстречу друг другу два велосипедиста. Если первый велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше второго, то он встретит его через 1 ч 48 мин после своего выезда. Если второй отправится в путь на 1 ч раньше первого, то он встретит первого через 1 ч 36 мин после своего выезда. Какова скорость каждого велосипедиста?
- С3** Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{3x - 2y - 7} + \sqrt{x - y - 3}$ и укажите пары значений x и y , при которых оно достигается.

Модуль «Геометрия»

- С4** На рисунке прямые AB и CD параллельны, $\angle ABM = 130^\circ$, $\angle MCD = 40^\circ$. Найдите величину угла BMC .



- С5** На рисунке $ABCD$ - параллелограмм. На его сторонах отмечены точки P , K , M и N так, что $KC = AN$, $BP = MD$. Докажите, что четырехугольник $PKMN$ - параллелограмм.



C6

Каждое основание AD и BC трапеции $ABCD$ продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов A и B этой трапеции пересекаются в точке P , биссектрисы внешних углов C и D пересекаются в точке R . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если длина отрезка PR равна 24.

Предэкзаменационная работа №1 (2012-2013 уч.г.)
Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

1 вариант.

Часть 1

Каждое верно выполненное задание Части I оценивается в 1 балл.

Таблицы ответов.

Модуль «Алгебра».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
A1	3	
A2	4	
A3	2	
A4	1	
B1	2,3	
B2	2	
B3	421	
B4	-2	

Модуль «Геометрия».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
B5	50	
B6	8	
B7	2	
B8	5	
B9	23	32

Модуль «Реальная математика».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
B10	4	
B11	1350	
B12	400	
B13	35	
B14	0,015	
B15	12	
B16	14	41

Часть 2

Модуль «Алгебра»

C3

Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $-30,8$?

Решение:

Из условия задачи следует, что $a_1 + 7d = -3,8$ и $a_1 + 11d = -11$.

Значит $4d = -7,2$; $d = -1,8$. Выясним, является ли решение

уравнения $-11 + k \cdot (-1,8) = -30,8$ натуральным числом.

$-1,8k = -19,8$; $k = 11$.

Так как 11 – натуральное число, то $-30,8$ получается добавлением к a_{12} одиннадцати d . Следовательно, $-30,8$ является двадцать третьим членом данной прогрессии.

Ответ: Число $-30,8$ является членом прогрессии.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Решение задачи верно, получен верный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	<i>Максимальный балл</i>

C4 Два пешехода должны выйти навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 20 км. Если первый выйдет на полчаса раньше второго, то он встретит второго пешехода через 2,5 ч после своего выхода. Если второй выйдет на 1 ч раньше первого, то он встретит первого пешехода через 2ч 40мин после своего выхода. Какова скорость каждого пешехода?

Решение: Пусть x км/ч – скорость первого пешехода, а y км/ч – скорость второго, причем $x > 0$ и $y > 0$.

Тогда в первом случае первый пешеход находился в пути 2,5 часа, а второй – 2 часа. Значит, вместе они прошли $2,5x + 2y$, что составило 20 км, т.е. $2,5x + 2y = 20$.

Тогда во втором случае первый пешеход находился в пути 1 ч 40 мин, т.е. $\frac{5}{3}$ часа, а второй – $2\frac{2}{3}$ часа, а вместе они прошли $\frac{5}{3}x + \frac{8}{3}y$, что

составило 20 км, т.е. $\frac{5}{3}x + \frac{8}{3}y = 20$.

Значения x и y найдем из решения системы $\begin{cases} 2,5x + 2y = 20 \\ \frac{5}{3}x + \frac{8}{3}y = 20 \end{cases}$ при

условии, что $x > 0$ и $y > 0$ (*).

$$\begin{cases} 5x + 4y = 40 \\ 5x + 8y = 60 \end{cases}; 4y = 20; y = 5.$$

При $y = 5$ получаем $5 \cdot x + 4 \cdot 5 = 40$; $5x = 20$; $x = 4$.

Оба найденных значения удовлетворяют неравенствам (*). Значит, скорость первого пешехода 4 км/ч, скорость второго пешехода 5 км/ч.

Ответ: Скорость первого пешехода 4 км/ч, скорость второго пешехода 5 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Решение задачи верно, получен верный обоснованный ответ.
2	По ходу решения допущена одна вычислительная ошибка или описка, с ее учетом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	Максимальный балл

C5 Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{2x - 2y + 10} + \sqrt{x + 3y - 3}$ и укажите пары значений x и y , при которых оно достигается.

Решение:

Очевидно, $\sqrt{2x - 2y + 10} + \sqrt{x + 3y - 3} \geq 0$ при всех допустимых значениях x и y .

Равенство нулю достигается, когда оба слагаемых одновременно равны нулю, т.е. когда x и y являются решением системы

$$\begin{cases} 2x - 2y + 10 = 0 \\ x + 3y - 3 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x - y = -5 \\ x + 3y = 3 \end{cases}; \begin{cases} x - y = -5 \\ 4y = 8 \end{cases}; \begin{cases} x - 2 = -5 \\ y = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Ответ: 0; при $x = -3$, $y = 2$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Получен верный обоснованный ответ.
3	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- С4** На рисунке AB и CD параллельны. $\angle ABK = 30^\circ, \angle KCD = 140^\circ$.
Найдите величину угла BKC .

Решение:

Через точку K проведем прямую KE , параллельную прямой AB .

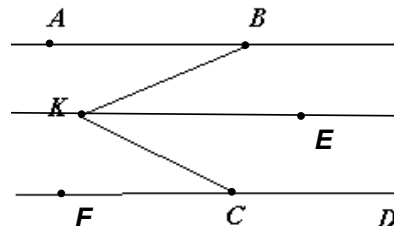
Угол BKE равен углу ABK равному 30° , как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и KE , и секущей KB .

Углы KCD и KCF смежные, значит, угол KCF равен 40° .

Углы EKC и KCF равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых KE и CD , и секущей KC .

Значит, угол BKC равен 70° .

Ответ: 70° .



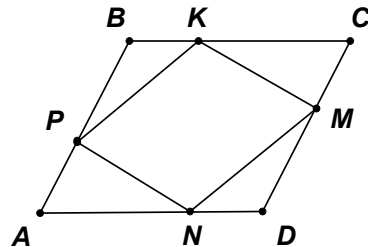
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка (перепутано название углов при параллельных прямых), возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	<i>Максимальный балл</i>

- С5** На рисунке $ABCD$ - параллелограмм. На его сторонах отмечены точки P, K, M и N так, что $BK = ND, BP = MD$. Докажите, что четырехугольник $PKMN$ - параллелограмм.

Доказательство.

Треугольники BPK и DMN равны по двум сторонам и углу между ними т.к. $BK = DN, BP = DM, \angle B = \angle D$ (по свойству параллелограмма).

Значит, стороны PK и MN равны.



$BK = DN$, значит, $AN = KC$.

$BP = DM$, значит, $AP = CM$.

$\angle A = \angle C$ (по свойству параллелограмма), значит, треугольники APN и KCM равны по двум сторонам и углу между ними. Значит,

сторона PN равна стороне KM .

Таким образом, в четырехугольнике $PKMN$ противоположные стороны равны.

Такой четырехугольник, по признаку параллелограмма - параллелограмм.

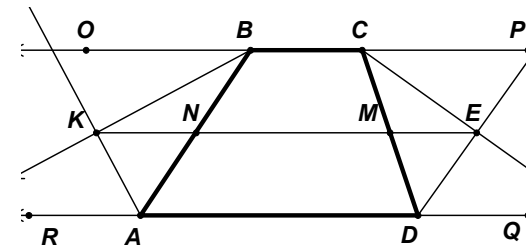
Ч.т.д.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы.
2	Доказательство в целом верное, допущены неточности (необоснованно равенство углов параллелограмма или не указан признак равенства треугольника)
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	<i>Максимальный балл</i>

- С6** Каждое основание AD и BC трапеции $ABCD$ продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов A и B этой трапеции пересекаются в точке K , биссектрисы внешних углов C и D пересекаются в точке E . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если длина отрезка KE равна 28.

Решение:

Углы OBA и RAB - односторонние при параллельных прямых AD и BC и секущей AB . Значит их сумма равна 180° .



BK - биссектриса угла OBA ; $\angle KBA = \frac{1}{2} \angle OBA$.

AK - биссектриса угла RAB ; $\angle KAB = \frac{1}{2} \angle RAB$.

Тогда сумма углов KAB и KBA равна 90° , значит треугольник KBA - прямоугольный. Аналогично, треугольник CED - прямоугольный.

Точки K и E - точки пересечения биссектрис внешних углов трапеции $ABCD$, значит, K и E - равноудалены от параллельных прямых AD и BC . (Точка K равноудалена от сторон угла B OB и AB , и равноудалена от сторон угла A AB и RA , т.к. лежит на биссектрисах соответствующих углов).

Таким образом, прямая KE параллельна прямым AD и BC , и по теореме Фалеса точки M и N , середины сторон AB и CD и MN - средняя линия трапеции (по определению).

Из прямоугольного треугольника KBA , $KN = \frac{1}{2}AB$ (KN – медиана, проведенная к гипотенузе). Из прямоугольного треугольника CDE ,

$EM = \frac{1}{2}CD$ (ME – медиана, проведенная к гипотенузе).

$$P_{ABCD} = AB + AD + BC + CD = 2KN + 2NM + 2ME = 2KE$$

Значит, периметр трапеции $ABCD$ равен 56.

Ответ: 56.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения (например, отсутствует объяснение, что KE содержит среднюю линию трапеции, или, отсутствует ссылка на свойство точек, лежащих на биссектрисе угла) или допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	<i>Максимальный балл</i>

Предэкзаменационная работа №1 (2012-2013 уч.г.)
Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

2 вариант

Часть 1

Каждое верно выполненное задание Части I оценивается в 1 балл.

Таблицы ответов.

Модуль «Алгебра».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
A1	2	
A2	4	
A3	1	
A4	3	
B1	3,2	
B2	3	
B3	143	
B4	1	

Модуль «Геометрия».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
B5	20	
B6	6	
B7	8	
B8	3	
B9	13	31

Модуль «Реальная математика».

		<i>Некоторые возможные варианты ответов</i>
B10	7	
B11	930	
B12	200	
B13	40	
B14	0,975	
B15	44	
B16	13	31

Часть 2

Модуль «Алгебра»

C1

Число 10,4 является шестым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число 5,8 является ее шестнадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число 6,2?

Решение: Из условия задачи следует, что $a_1 + 5d = 10,4$ и $a_1 + 15d = 5,8$. Значит $10d = -4,6$; $d = -0,46$. Выясним, является ли решение уравнения $10,4 + k \cdot (-0,46) = 6,2$ натуральным числом.

$-0,46k = -4,2$; $k = \frac{210}{23}$. Так как $\frac{210}{23}$ – не натуральное число, то

6,2 не получается добавлением к a_6 целого числа d . Следовательно, 6,2 не является членом данной прогрессии.

Ответ: Число 6,2 не является членом прогрессии.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Решение задачи верно, получен верный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	<i>Максимальный балл</i>

С2

Из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км, должны выехать навстречу друг другу два велосипедиста. Если первый велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше второго, то он встретит его через 1ч 48мин после своего выезда. Если второй отправится в путь на 1 ч раньше первого, то он встретит первого через 1ч 36мин после своего выезда. Какова скорость каждого велосипедиста?

Решение: Пусть x км/ч – скорость первого велосипедиста, а y км/ч – скорость второго, причем $x > 0$ и $y > 0$.

Тогда в первом случае первый велосипедист находился в пути 1,8 часа, а второй – 0,8 часа. Значит, вместе они прошли $1,8x + 0,8y$, что составило 36 км, т.е. $1,8x + 0,8y = 36$.

Тогда во втором случае первый велосипедист находился в пути 0,6 часа, а второй – 1,6 часа, а вместе они прошли $0,6x + 1,6y$, что составило 36 км, т.е. $0,6x + 1,6y = 36$.

Значения x и y найдем из решения системы $\begin{cases} 1,8x + 0,8y = 36 \\ 0,6x + 1,6y = 36 \end{cases}$ при

условии, что $x > 0$ и $y > 0$ (*).

$$\begin{cases} 18x + 8y = 360 \\ 3x + 8y = 180 \end{cases}; 15x = 180; x = 12.$$

При $x = 12$ получаем $3 \cdot 12 + 8y = 180$; $2y = 36$; $y = 18$.

Оба найденных значения удовлетворяют неравенствам (*). Значит, скорость первого велосипедиста 12 км/ч, скорость второго велосипедиста 18 км/ч.

Ответ: Скорость первого велосипедиста 12 км/ч, скорость второго велосипедиста 18 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Решение задачи верно, получен верный обоснованный ответ.
2	По ходу решения допущена одна вычислительная ошибка или описка, с ее учетом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	Максимальный балл

С3

Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{3x - 2y - 7} + \sqrt{x - y - 3}$ и укажите пары значений x и y , при которых оно достигается.

Решение:

Очевидно, $\sqrt{3x - 2y - 7} + \sqrt{x - y - 3} \geq 0$ при всех допустимых значениях x и y .

Равенство нулю достигается, когда оба слагаемых одновременно равны нулю, т.е. когда x и y являются решением системы

$$\begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y + 3) - 2y = 7 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Ответ: 0; при $x = 1$, $y = -2$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Получен верный обоснованный ответ.
3	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

С4 На рисунке прямые AB и CD параллельны, $\angle ABM = 130^\circ$, $\angle MCD = 40^\circ$. Найдите величину угла BMC .

Решение:

Через точку M проведем прямую ME , параллельную прямой AB .

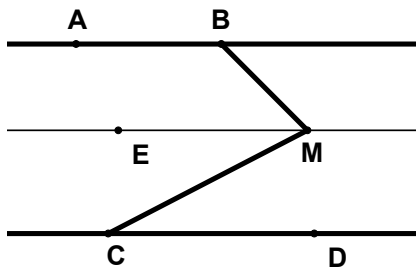
Угол EMB и угол ABM односторонние при параллельных прямых AB и ME , и секущей BM . Значит, их сумма равна 180° (по свойству параллельных прямых).

Тогда угол BME равен 50° .

Углы MCD и EMC равны как накрест лежащие при параллельных прямых ME и CD , и секущей MC . Значит, угол EMC равен 40° .

Угол BMC равен сумме углов BME и EMC . Значит, угол BMC равен 90° .

Ответ: 90° .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка (перепутано название углов при параллельных прямых), возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	<i>Максимальный балл</i>

С5 На рисунке $ABCD$ - параллелограмм. На его сторонах отмечены точки P, K, M и N так, что $KC = AN$, $BP = MD$. Докажите, что четырехугольник $PKMN$ - параллелограмм.

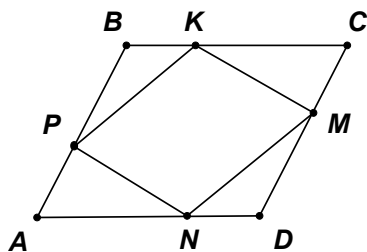
Доказательство.

$KC = AN$, значит, $BK = ND$.

$BP = MD$, значит, $AP = MD$.

Треугольники BPK и DMN равны по двум сторонам и углу между ними т.к. $BK = DN$, $BP = DM$, $\angle B = \angle D$ (по свойству параллелограмма).

Значит, стороны PK и MN равны.



Также, треугольники APN и KCM равны по двум сторонам и углу между ними т.к. $AP = MD$, $KC = AN$, $\angle A = \angle C$ (по свойству параллелограмма).

Значит, стороны PN и MK равны. Значит, сторона PN равна стороне KM .

Таким образом, в четырехугольнике $PKMN$ противоположные стороны равны.

Такой четырехугольник, по признаку параллелограмма - параллелограмм.

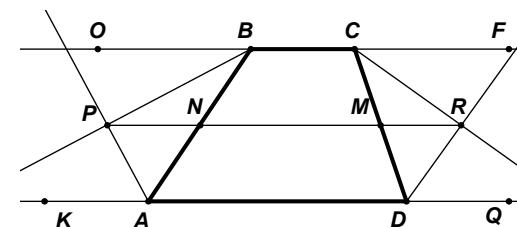
Ч.т.д.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы.
2	Доказательство в целом верное, допущены неточности (необоснованно равенство углов параллелограмма или не указан признак равенства треугольника)
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	<i>Максимальный балл</i>

С6 Каждое основание AD и BC трапеции $ABCD$ продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов A и B этой трапеции пересекаются в точке P , биссектрисы внешних углов C и D пересекаются в точке R . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если длина отрезка PR равна 24.

Решение:

Углы OBA и KAB - односторонние при параллельных прямых AD и BC и секущей AB . Значит, их сумма равна 180° .



BP - биссектриса угла OBA ; $\angle PBA = \frac{1}{2} \angle OBA$.

AP - биссектриса угла KAB ; $\angle PAB = \frac{1}{2} \angle KAB$.

Тогда сумма углов PAB и PBA равна 90° , значит треугольник PBA - прямоугольный. Аналогично, треугольник CRD - прямоугольный.

Точки P и R - точки пересечения биссектрис внешних углов трапеции $ABCD$, значит, P и R - равноудалены от параллельных прямых AD и BC . (Точка P равноудалена от сторон угла B , OB и AB , и равноудалена от сторон угла A , AB и KA , т.к. лежит на биссектрисах соответствующих углов).

Таким образом, прямая PR параллельна прямым AD и BC , и по теореме Фалеса точки M и N , середины сторон AB и CD и MN – средняя линия трапеции (по определению).

Из прямоугольного треугольника PBA , $PN = \frac{1}{2} AB$ (PN – медиана, проведенная к гипотенузе). Из прямоугольного треугольника CDR ,

$RM = \frac{1}{2} CD$ (MR – медиана, проведенная к гипотенузе).

$$P_{ABCD} = AB + AD + BC + CD = 2PN + 2NM + 2MR = 2PR$$

Значит, периметр трапеции $ABCD$ равен 48.

Ответ: 48.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения (например, отсутствует объяснение, что PR содержит среднюю линию трапеции, или, отсутствует ссылка на свойство точек, лежащих на биссектрисе угла) или допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	Максимальный балл