



## Пробный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант № 9201

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение всей работы отводится 235 минут. Всего в работе 26 заданий.

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 4 задания с кратким ответом (B1–B3, C1), 3 – выбором ответа (A1–A3) и 1 – установлением соответствия (C2); в *части II* – 3 задания с полным решением (C4–C6).

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом (B4–B7, C3), в *части II* – 3 задания с полным решением (C7–C9).

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в *части I*, с кратким ответом (B8–B12) и выбором ответа (A4, A5).

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

К каждому заданию A1–A5 даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

В бланке ответов АВ поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа данного задания.

Если ошиблись, то крестик необходимо заштриховать, сделав из крестика «чёрный квадрат», как показано в образце отмены метки на бланке. После этого поставить крестик в нужную клеточку.

Ответом на задания B1–B12 должно быть целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр, записанная на бланке ответов АВ справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ обязательно записывается в отдельном окошке, в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно!

Исправления в ответах крайне нежелательны. Если нужно исправить один символ, то новый рисуется поверх старого в том же окошке, но более жирно. Если вместо ответа нужно написать другой, то прежний ответ аккуратно зачёркивается двумя чертами, справа от него вписывается новый, один символ в одном окошке (если окошек не хватает, нужно написать новый ответ поверх старого, но более жирно).

Ответы к заданиям C1–C3 нужно записать в краткой форме на именном бланке ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

Решения заданий C4–C9 и ответы к ним записываются на именованном бланке ответов С. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Почерк должен быть аккуратным и разборчивым. Если не хватило места на выданном бланке ответов С, то необходимо обратиться к организатору в аудиторию, который выдаст дополнительный бланк ответов С.

**ЗАПРЕЩАЕТСЯ** делать записи на оборотной стороне бланка ответов С. Обратная сторона бланков ответов не обрабатывается и не проверяется!

При заполнении бланка ответов С нельзя выходить за прямоугольную рамку.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

*Желаем успеха!*

## Часть I

## Модуль «Алгебра»

**A1** На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Расположите в порядке возрастания числа  $a - 1$ ,  $\frac{2}{a}$  и  $a$ .

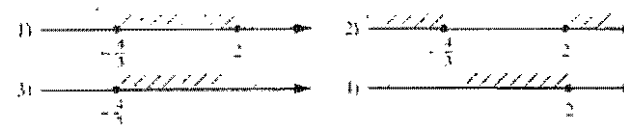
- 1)  $a$ ,  $a - 1$ ,  $\frac{2}{a}$                       2)  $\frac{2}{a}$ ,  $a$ ,  $a - 1$   
 3)  $\frac{2}{a}$ ,  $a - 1$ ,  $a$                       4)  $a - 1$ ,  $a$ ,  $\frac{2}{a}$

**A2** Найдите значение выражения  $\frac{56}{(8\sqrt{7})^2}$ .

- 1)  $\frac{1}{2714}$                       2) 1                      3)  $\frac{1}{8}$                       4)  $\frac{1}{343}$

**A3** Решите неравенство  $(x + 3)^2 \geq (2x + 1)^2$ .

На каком рисунке изображено множество его решений?



**B1** Найдите значение выражения  $\frac{25 \cdot 3,1}{8,5}$ .

**B2** Геометрическая прогрессия задана условиями  $b_1 = 6$ ,  $b_{n+1} = 3b_n$ . Найдите  $b_5$ .

**B3** Найдите значение выражения  $\frac{1}{7x} - \frac{7x + y}{7xy}$  при  $x = \sqrt{37}$ ,  $y = \frac{1}{8}$ .

**C1** Решите уравнение  $2(x + 3) = 5 - 6x$ .

В задании C2 требуется соотнести некоторые объекты (коэффициенты, обозначенные буквами А, Б, В и графики, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр на бланк ответов С.

**C2** На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $k$  и  $b$  и графиками.

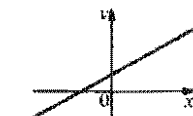
КОЭФФИЦИЕНТЫ

А)  $k > 0, b < 0$

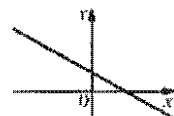
Б)  $k < 0, b < 0$

В)  $k < 0, b > 0$

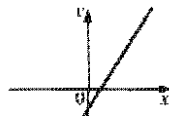
ГРАФИКИ



1)



2)



3)



4)

Ответ:

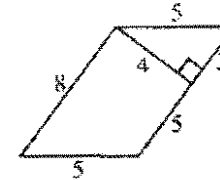
	А	Б	В

Модуль «Геометрия»

**B4** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 40^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

**B5** Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 100 и 54. Найдите среднюю линию этой трапеции.

**B6** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



**B7** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$  отмечены две точки. Найдите расстояние между ними. Ответ дайте в сантиметрах.



**C3** Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) В треугольнике  $ABC$ , для которого  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $AC = 6$ , угол  $C$  наименьший.
- 2) Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности не пересекаются.
- 3) Прямая имеет единственный центр симметрии.

Модуль «Решальная математика»

**A4**

В таблице представлены налоговые ставки на автомобили в Москве с 1 января 2013 года.

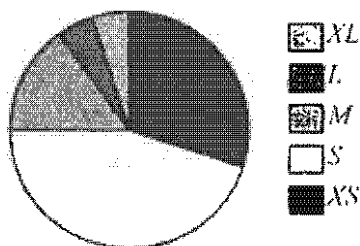
Мощность автомобиля (в л.с.)	Налоговая ставка (в руб. за л.с. в год)
не более 70	0
71-99	12
101-125	25
126-150	35
151-175	45
176-200	50
201-225	65
226-250	75
свыше 250	150

Сколько рублей должен заплатить владелец автомобиля мощностью 150 л.с. в качестве налога за один год?

- 1) 6750    2) 45    3) 35    4) 5250

**A5**

В магазине продаются футболки пяти размеров: *XS*, *S*, *M*, *L* и *XL*. Данные по продажам в августе приведены в круговой диаграмме.

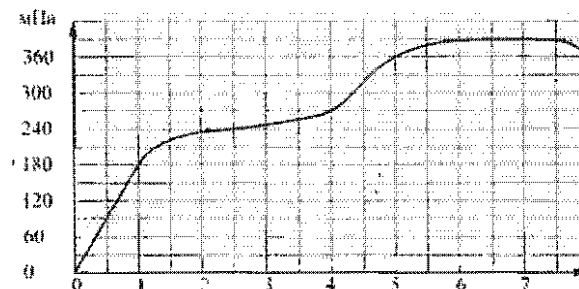


Какое утверждение относительно проданных в августе футболок **верно**, если всего в августе было продано 300 таких футболок?

- Большее количество проданных футболок были размера *S*.
- Большее количество проданных футболок были размера *M*, *L* и *XL*.
- Около  $\frac{3}{7}$  всех проданных футболок были размера *S* и *XS*.
- Футболок размера *M* и *L* было продано поровну.

**B8**

На графике изображена зависимость напряжения от деформации в стержне, изготовленном из стали. По горизонтальной откладывается деформация в процентах, а по вертикали — напряжение в меганютонах. Во сколько раз возрастёт напряжение, если увеличить деформацию с 0,5% до 5%?



**B9**

Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

**B10**

Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 9:30. Ответ дайте в градусах.



**B11**

На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Треугольники», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,25. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

**B12**

Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле  $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$ , где  $a$  — сторона треугольника,  $\alpha$  — противолежащий этой стороне угол, а  $R$  — радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите  $\sin \alpha$ , если  $a = 0,6$ , а  $R = 0,75$ .

*Не забудьте перенести свои ответы в бланки ответов АВ и С.*

## Часть 2

*При выполнении заданий С4–С9 используйте именной бланк ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.*

## Модуль «Алгебра»

**C4** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} x^2 + 7x + 10 > 0, \\ 2(3x - 4) + 10 \geq -2 - (3 - 5x). \end{cases}$$

**C5** В одном стакане было налито 150 мл молока, а в другом стакане было налито 200 мл кофе, перемешанного со 100 мл молока. Каким стало содержание кофе (в процентах) во втором стакане после того, как из второго стакана перелили 150 мл смеси в первый стакан и перемешали, а затем такой же объём полученного напитка перелили обратно из первого стакана во второй?

**C6** Постройте график функции  $y = \left(\sqrt{16 - x^2}\right)^2 - \frac{2x^2 + 8x}{x}$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним ровно одну общую точку.

## Модуль «Геометрия»

**C7** На окружности последовательно отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , которые делят дугу окружности в отношении  $AB : BC : CD : DA = 3 : 4 : 5 : 6$ . Найдите градусную величину угла между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

**C8** На сторонах  $BC$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечены точки  $K$  и  $L$  так, что  $BK = DL$ . Докажите, что площади треугольников  $ABL$  и  $CDK$  равны.

**C9** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 13 : 12, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 10$ .

## Пробный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 9202

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение всей работы отводится 235 минут. Всего в работе 26 заданий.

Работа состоит из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 4 задания с кратким ответом (B1–B3, C1), 3 – выбором ответа (A1–A3) и 1 – установленном соответствии (C2); в *части II* – 3 задания с полным решением (C4–C6).

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом (B4–B7, C3), в *части II* – 3 задания с полным решением (C7–C9).

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в *части I*, с кратким ответом (B8–B12) и выбором ответа (A4, A5).

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

К каждому заданию A1–A5 даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

В бланке ответов АВ поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа данного задания.

Если ошиблись, то крестик необходимо заштриховать, сделав из крестика «черный квадрат», как показано в образце отмены метки на бланке. После этого поставить крестик в нужную клеточку.

Ответом на задания B1–B12 должно быть целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр, записанных на бланке ответов АВ справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ обязательно записывается в отдельном окошке, в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно!

Исправления в ответах крайне нежелательны. Если нужно исправить один символ, то новый рисуется поверх старого в том же окошке, но более жирно. Если вместо ответа нужно написать другой, то прежний ответ аккуратно зачеркивается двумя чертами, справа от него выписывается новый, один символ в одном окошке (если окошек не хватает, нужно написать новый ответ поверх старого, но более жирно).

Ответы к заданиям C1–C3 нужно записать в краткой форме на именном бланке ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

Решения заданий C4–C9 и ответы к ним записываются на именованном бланке ответов С. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Почерк должен быть аккуратным и разборчивым. Если не хватило места на выданном бланке ответов С, то необходимо обратиться к организатору в аудитории, который выдаст дополнительный бланк ответов С.

**ЗАПРЕЩАЕТСЯ** делать записи на оборотной стороне бланка ответов С. Обратная сторона бланков ответов не обрабатывается и не проверяется!

При заполнении бланка ответов С нельзя выходить за прямоугольную рамку.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

## Часть I

## Модуль «Алгебра»

- A1** На координатной прямой изображены числа  $a$  и  $c$ . Какое из следующих неравенств неверно?



- 1)  $c + 24 > a + 21$     2)  $c - 39 > a - 40$     3)  $\frac{c}{3} < \frac{a}{3}$     4)  $-c < -a$

- A2** Расположите в порядке убывания числа:  $2\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{39}$ , 6,5.

- 1) 6,5;  $2\sqrt{10}$ ;  $\sqrt{39}$     2)  $2\sqrt{10}$ ;  $\sqrt{39}$ ; 6,5  
3)  $\sqrt{39}$ ;  $2\sqrt{10}$ ; 6,5    4)  $\sqrt{39}$ ; 6,5;  $2\sqrt{10}$

- A3** Решите систему неравенств  $\begin{cases} 8x + 3 > 0, \\ 7x - 14 < 0. \end{cases}$

- 1)  $(-0,375; +\infty)$   
2)  $(-\infty; 2]$   
3)  $(-0,375; 2]$   
4)  $(-\infty; 0,375) \cup [2; +\infty)$

- B1** Значение какого из выражений  $\frac{1}{19}$ ,  $\frac{1}{14}$ ,  $0,51 \cdot 0,55$ ,  $5,18 - \frac{126}{25}$  является наибольшим? В ответе укажите значение этого выражения.

- B2** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:  $\dots; 0,8; x; 20; -100; \dots$ . Найдите член прогрессии, обозначенный  $x$ .

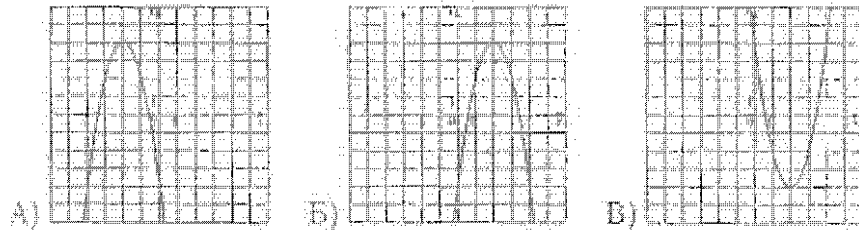
- B3** Найдите значение выражения  $\frac{a}{25a^2 - 36} \cdot (5a - 6)$  при  $a = -2$ .

**С1** Решите уравнение  $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 10x + 5$ .

В задании С2 требуется соотнести некоторые объекты (графики, обозначенные буквами А, Б, В и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр на бланк ответов С.

**С2** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают:

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = -2x^2 - 8x - 4$       2)  $y = 2x^2 + 8x + 4$   
 3)  $y = 2x^2 - 8x + 4$       4)  $y = -2x^2 + 8x - 4$

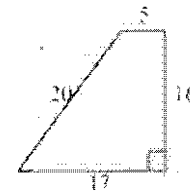
Ответ:	А	Б	В

Модуль «Геометрия»

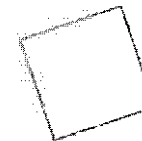
**В4** Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 7 : 5. Найдите меньший острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

**В5** Высота правильного треугольника равна 120. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

**В6** Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



**В7** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображен четырехугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

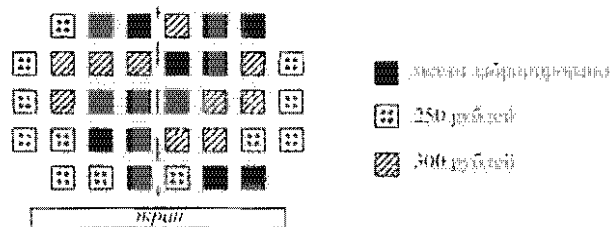


- С3** Укажите номера неверных утверждений.
- 1) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм прямоугольник.
  - 2) Ось симметрии любой трапеции можно считать окружностью.
  - 3) Если площадь круга равна 4, то его радиус равен 2.



Модуль «Реальная математика»

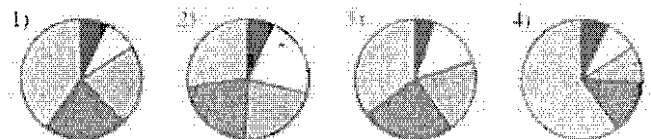
**A4** На схеме зала кинотеатра отмечены разной штриховкой места с различной стоимостью билетов, а чёрными закрашены бронированные места на некоторый сеанс.



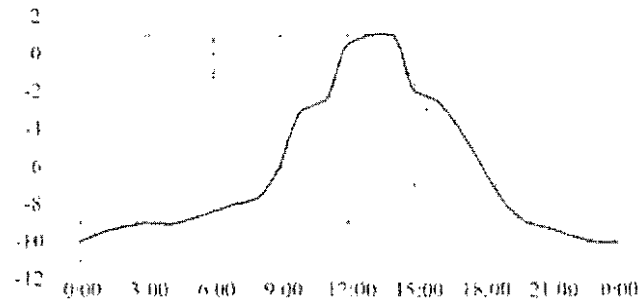
Сколько рублей заплатят за 5 билетов на этот сеанс пятеро друзей, если они хотят сидеть на одном ряду и выбирают самый дешёвый вариант?

- 1) 1300    2) 1250    3) 1350    4) 1500

**A5** На одной из следующих круговых диаграмм показано распределение молекулярных масс в молекуле метионина. Укажите номер этой диаграммы, если молекулярная масса водорода составляет 7% всей массы, азота — 9%, углерода — 10%, кислорода — 22% и серы — 22%.



**B8** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов в первой половине дня температура не превышала  $-6^{\circ}\text{C}$ ?



**B9** На счету Катюшного мобильного телефона было **55** рублей, а после разговора с Костей осталось 28 рублей. Сколько минут длился разговор с Костей, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек.

**B10** Найдите диагональ экрана телевизора (в дюймах), ширина которого равна 16 дюймов, а длина 30 дюймов.



- В11** Вероятность того, что билет лотереи выигранный, равна 0,002. Найдите вероятность того, что случайно купленный билет этой лотереи невыигранный.

- В12** Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле  $r = \frac{a+b-c}{2}$ , где  $a$  и  $b$  — катеты, а  $c$  — гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите  $b$ , если  $r = 1,2$ ,  $c = 6,8$  и  $a = 6$ .

*Не забудьте перенести свои ответы в бланки ответов АВ и С.*

### Часть 2

*При выполнении заданий С4-С9 используйте отдельный бланк ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.*

#### Модуль «Алгебра»

- С4** Упростите выражение

$$\frac{5c^2 - 4c - 28}{1 - c^2} : \frac{c + 2}{c + 1} - \frac{3c^2 - 5c}{c - c^2} + \frac{7}{1 - c}$$

- С5** Из противоположных точек круговой трассы одновременно в одном направлении стартовали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста 35 км/ч, а велосипедиста — 14 км/ч. Найдите длину этой круговой трассы (в километрах), если мотоциклист, проехав один круг, обогнал велосипедиста один раз и опередил его на 5,6 км.

- С6** Постройте график функции  $y = 2x^2 - 8|x| + 3$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним более двух общих точек.

#### Модуль «Геометрия»

- С7** Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 6$ , а сторона  $AC$  в 1,5 раза больше стороны  $BC$ .

- С8** Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что отношение площадей треугольников  $BOC$  и  $AOD$  равно квадрату отношения  $BC$  к  $AD$ .

- С9** Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите длину медианы, проведенной к стороне  $BC$ , если угол  $BAC$  равен  $47^\circ$ , угол  $BMC$  равен  $133^\circ$ ,  $BC = 1\sqrt{3}$ .





**Пробный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Вариант № 9203**

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение всей работы отводится 235 минут. Всего в работе 26 заданий.

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Решальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 4 задания с кратким ответом (B1–B3, C1), 3 – выбором ответа (A1–A3) и 1 – установлением соответствия (C2); в *части II* – 3 задания с полным решением (C4–C6).

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом (B4–B7, C3), в *части II* – 3 задания с полным решением (C7–C9).

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в *части I*, с кратким ответом (B8–B12) и выбором ответа (A4, A5).

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обратите Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

К каждому заданию A1–A5 даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

В бланке ответов АБ поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа данного задания.

Если ошиблись, то крестик необходимо заштриховать, сделав из крестика «черный квадрат», как показано в образце отмены метки на бланке. После этого поставить крестик в нужную клеточку.

Ответом на задания B1–B12 должно быть целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр, записанная на бланке ответов АБ справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ обязательно записывается в отдельном окошке, в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно!

Исправления в ответах крайне нежелательны. Если нужно исправить один символ, то новый рисуется поверх старого в том же окошке, но более жирно. Если вместо ответа нужно написать другой, то прежний ответ аккуратно зачеркивается двумя чертами, справа от него вписывается новый, один символ в одном окошке (если окошек не хватает, нужно написать новый ответ поверх старого, но более жирно).

Ответы к заданиям C1–C3 нужно записать в краткой форме на именном бланке ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

Решения заданий C4–C9 и ответы к ним записываются на именном бланке ответов С. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Почерк должен быть аккуратным и разборчивым. Если не хватило места на выданном бланке ответов С, то необходимо обратиться к организатору в аудитории, который выдаст дополнительный бланк ответов С.

**ЗАПРЕЩАЕТСЯ** делать записи на оборотной стороне бланка ответов С. Обратная сторона бланков ответов не обрабатывается и не проверяется!

При заполнении бланка ответов С нельзя выходить за прямоугольную рамку.

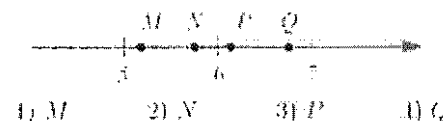
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

*Желаем успеха!*

**Часть I**

**Модуль «Алгебра»**

**A1** Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу  $\sqrt{37}$ . Какая это точка?



**A2** Какому из следующих выражений равно  $7^k \cdot 7^2$ ?

- 1)  $\frac{7^k}{7^2}$
- 2)  $(7^k)^{-2}$
- 3)  $\frac{7^k}{7^2}$
- 4)  $7^k \cdot 7^2$

**A3** Решите неравенство  $2x^2 - 6x + 6 \geq x^2 - x$ .

- 1)  $(-\infty; 3]$
- 2)  $(-\infty; 2] \cup \{3; +\infty)$
- 3)  $[2; +\infty)$
- 4)  $[2; 3]$

**B1** Найдите значение выражения

$$\sqrt{\frac{1}{6} \left( \frac{4}{7} + \frac{2}{21} \right)}$$

**B2** Дана арифметическая прогрессия:  $-53; -47; -41; \dots$ . Найдите первый положительный член этой прогрессии.

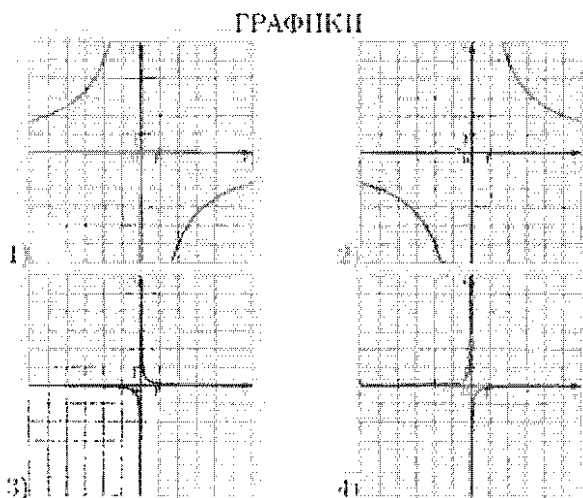
**B3** Найдите значение выражения  $\frac{b^2 + 3ab}{b^2 - 9a^2}$  при  $a = -\sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$ .

**C1** Решите уравнение  $\frac{2}{x-4} = \frac{3}{x-2}$ .

В задании C2 требуется соотнести некоторые объекты (функции, обозначенные буквами А, Б, В и графики, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр на бланк ответов С.

**C2** Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ  
 А)  $y = \frac{10}{x}$       Б)  $y = -\frac{10}{x}$       В)  $y = \frac{1}{10x}$



Ответ:

	А	Б	В

Модуль «Геометрия»

**B4** Один из углов параллелограмма на  $34^\circ$  больше другого. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**B5** В равнобедренном треугольнике  $ABC$ , у которого  $AC = BC$ ,  $\sin A = \sqrt{0,91}$ . Найдите  $AB$ , если  $AC = 20$ .

**B6** К окружности с центром  $O$  проведены две касательные  $CA$  и  $CB$  из точки  $C$ . Найдите площадь четырёхугольника  $ACBO$ , если  $OC = 25$ , а радиус окружности равен 7.

**B7** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображена трапеция. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**C3** Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм – ромб.
- 2) Если основания трапеции равны 4 и 6, то средняя линия этой трапеции равна 10.
- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме  $90^\circ$ , то эти две прямые параллельны.

*Модуль «Реальная математика»*

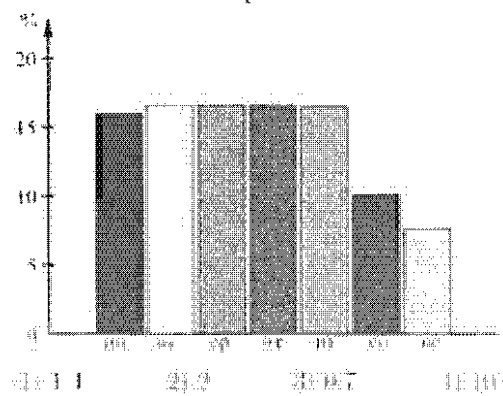
**A4** В таблице представлены цены (в рублях) на некоторые товары в трёх магазинах:

Магазин	Орехи (за кг)	Шоколад (за плитку)	Зефир (за кг)
«Машенька»	600	45	141
«Лидия»	585	65	116
«Камей»	660	53	225

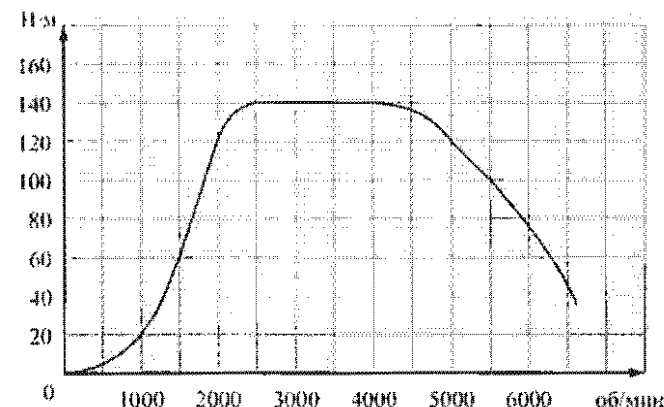
Лариса Кузьминична хочет купить 0,4 кг орехов, 5 плиток шоколада и 1,5 кг зефира. В каком магазине стоимость такой покупки будет наименьшей, если в «Камее» проходит акция скидка 20% на орехи и зефир, а в «Машеньке» скидка 10% на все продукты?

- 1) В «Машеньке»    2) В «Лидии»    3) В «Камее»  
 4) Во всех магазинах стоимость покупки будет одинаковой.

**A5** На столбчатой диаграмме показано распределение пассажиропотока в Московском метрополитене по дням недели (в процентах). Определите по диаграмме, во сколько примерно раз пассажиропоток в будний день больше, чем в воскресенье.



**B8** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. По горизонтальной откладывается число оборотов в минуту, по вертикали – крутящий момент в Н·м. На сколько Н·м увеличится крутящий момент при увеличении количества оборотов в минуту с 1000 до 2500?



**B9** Площадь земель крестьянского хозяйства, занятая под посадку сельскохозяйственных культур, распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 8:5. Сколько гектаров составляет площадь всего хозяйства, если зерновые культуры занимают 136 га?

**B10** На одной прямой на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Крайние находятся с одной стороны от дороги на расстояниях 0,7 м и 2,5 м. Найдите расстояние от дороги (в метрах), на котором находится средний столб.





## Часть 2

При выполнении заданий С4-С9 используйте отдельный бланк ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

## Модуль «Алгебра»

С4) Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} -10x - 3(7 - 6x) \geq -2x + 9, \\ x^2 - 4x \leq 0. \end{cases}$$

С5) В первом стакане было налито 150 мл молока, а в другом стакане было налито 100 мл кофе, перемешанного с 200 мл молока. Каким стало содержание кофе (в процентах) во втором стакане после того, как из второго стакана перелили 150 мл смеси в первый стакан и перемешали, а затем такой же объём полученного напитка перелили обратно из первого стакана во второй?

С6) Постройте график функции  $y = \left(\sqrt{9 - x^2}\right)^2 + \frac{x^2 - 3x}{x}$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним ровно одну общую точку.

## Модуль «Геометрия»

С7) На окружности последовательно отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , которые делят длину окружности в отношении  $AB:BC:CD:DA = 2:3:6:9$ . Найдите градусную величину угла между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

С8) На сторонах  $BC$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечены точки  $K$  и  $L$  так, что  $BK = DL$ . Докажите, что площади четырёхугольников  $ABKD$  и  $CDLB$  равны.

С9) В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$  в отношении 17:15, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 21$ .

В11) В магазине канцтоваров продается 85 ручек, из них 25 - красных, 9 - зеленых, 35 - фиолетовых, а есть еще синие и черные, их поровну. Найдите вероятность того, что Алиса наугад вытащит синюю или зеленую ручку.

В12) Закон всемирного тяготения можно записать в виде  $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , где  $F$  - сила притяжения между телами (в ньютонах),  $m_1$  и  $m_2$  - массы тел (в килограммах),  $r$  - расстояние между центрами масс тел (в метрах), а  $\gamma$  - гравитационная постоянная, равная  $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ . Пользуясь этой формулой, найдите массу второго тела  $m_2$  (в килограммах), если  $F = 13,31 \cdot 10^{-9}$  Н,  $m_1 = 18$  кг, а  $r = 0,6$  м.

Не забудьте перенести свои ответы в бланк ответов АБ и С.



**Пробный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Вариант № 9204**

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение всей работы отводится 235 минут. Всего в работе 26 заданий.

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* – 4 задания с кратким ответом (B1-B3, C1), 3 – выбором ответа (A1-A3) и 1 – установлением соответствия (C2); в *части II* – 3 задания с полным решением (C4-C6).

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* – 5 заданий с кратким ответом (B4-B7, C3), в *части II* – 3 задания с полным решением (C7-C9).

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в *части I*, с кратким ответом (B8-B12) и выбором ответа (A4, A5).

Сначала выполняйте задания *части I*. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

К каждому заданию A1-A5 даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

В бланке ответов АВ поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа данного задания.

Если ошиблись, то крестик необходимо заштриховать, сделав из крестика «черный квадрат», как показано в образце отмены метки на бланке. После этого поставить крестик в нужную клеточку.

Ответом на задания B1-B12 должно быть целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр, записанная на бланке ответов АВ справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ обязательно записывается в отдельном окошке, в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно!

Исправления в ответах крайне нежелательны. Если нужно исправить один символ, то новый рисуется поверх старого в той же окошке, но более жирно. Если вместо ответа нужно написать другой, то прежний ответ аккуратно зачеркивается двумя чертами, справа от него выписывается новый, один символ в одном окошке (если окошек не хватает, нужно написать новый ответ поверх старого, но более жирно).

Ответы к заданиям C1-C3 нужно записать в краткой форме на именном бланке ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

Решения заданий C4-C9 и ответы к ним записываются на именованном бланке ответов С. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Почерк должен быть аккуратным и разборчивым. Если не хватило места на выданном бланке ответов С, то необходимо обратиться к организатору в аудитории, который выдаст дополнительный бланк ответов С.

**ЗАПРЕЩАЕТСЯ** делать записи на оборотной стороне бланка ответов С. Обратная сторона бланков ответов не обрабатывается и не проверяется!

При заполнении бланка ответов С нельзя выходить за прямоугольную рамку.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

*Желаем успеха!*

**Часть I**

**Модуль «Алгебра»**

**A1** О числах  $a$  и  $c$  известно, что  $a < c$ . Какое из следующих неравенств всегда верно?

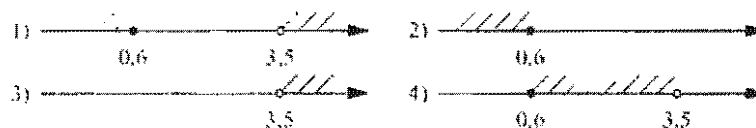
- 1)  $a - 14 < c - 14$
- 2)  $a + 23 < c + 23$
- 3)  $\frac{a}{4} < \frac{c}{4}$
- 4)  $-\frac{a}{30} < -\frac{c}{30}$

**A2** Какое из чисел  $\sqrt{640000}$ ;  $\sqrt{64}$ ;  $\sqrt{640}$  является иррациональным?

- 1)  $\sqrt{640000}$
- 2)  $\sqrt{64}$
- 3)  $\sqrt{640}$
- 4) Все эти числа рациональны.

**A3** Решите систему неравенств  $\begin{cases} 5x - 3 \geq 0, \\ 7 - 2x < 0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?



**B1** Значение какого из выражений  $5\frac{7}{17} - 4\frac{13}{17}$ ,  $1\frac{2}{3} \cdot \frac{33}{80}$ ,  $4\frac{5}{12} - 3.75$  является наибольшим? В ответе укажите значение этого выражения.

**B2** В арифметической прогрессии  $(a_n)$   $a_3 = -9.4$ ;  $a_{11} = 20.4$ . Найдите разность прогрессии.

**B3** Найдите значение выражения  $(5x - 3y)^2 + 5x(-5x + 6y)$  при  $x = 12.5$ ,  $y = \sqrt{15}$ .

**C1** Решите уравнение  $x^2 - 6x + 8 = 0$ .

*В задании C2 требуется сопоставить некоторые объекты (функции, обозначенные буквами А, Б, В и графики, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, и затем перенесите получившуюся последовательность цифр на бланк ответов С.*

**C2** Установите соответствие между функциями и их графиками.

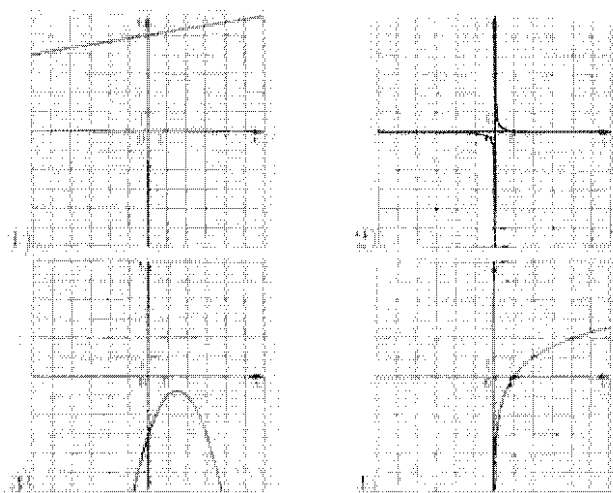
ФУНКЦИИ

А)  $y = \frac{1}{6}x + 5$

Б)  $y = -x^2 + 3x - 3$

В)  $y = \frac{1}{12x}$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В
---	---	---

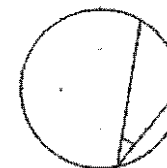
Модуль «Геометрия»

**B4** Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $270^\circ$ . Найдите угол трапеции, прилежащий к большему основанию. Ответ дайте в градусах.

**B5** В параллелограмме  $ABCD \cos A = \frac{\sqrt{624}}{25}$ . Найдите  $\sin B$ .

**B6** Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна 13. Найдите площадь этого треугольника, если один из его катетов равен 24.

**B7** На клетчатой бумаге изображен угол. Найдите его синус.



**C3** Укажите номера **неверных** утверждений.

- 1) Если расстояние от точки до прямой больше 1, то и длина любой наклонной, проведенной из данной точки к прямой, больше 1.
- 2) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению его катетов.
- 3) Внешний угол треугольника больше каждого, не смежного с ним, внутреннего угла.

Модуль «Реальная математика»

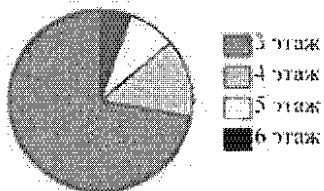
**A4** В таблице представлены нормативы по технике чтения в 3 классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	Первое полугодие	Второе полугодие
«2»	50 и менее	69 и менее
«3»	60-69	70-79
«4»	70-79	80-89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит учащийся, прочитавший в среднем 68 слов за минуту?

- 1) «2»    2) «3»    3) «4»    4) «5»

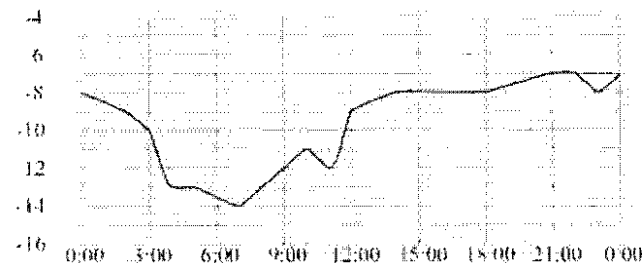
**A5** Участников конференции разместили в гостинице в одноэтажных номерах, расположенных на этажах с третьего по шестой. Количество номеров на этажах представлено на круговой диаграмме.



Какое утверждение относительно расселения участников конференции **неверно**, если в гостинице разместились 180 участников конференции?

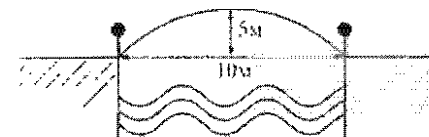
- 1) Меньше всего участников разместились на 6 этаже.
- 2) На 4 этаже разместились около 13% от числа всех участников.
- 3) На третьем этаже разместились примерно в 2,5 раза больше участников, чем на всех остальных этажах вместе взятых.
- 4) На пятом этаже разместились 45 человек.

**B8** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры в первой половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**B9** Тетрадь стоит 19 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

**B10** Мост через речку представляет собой дугу окружности. Найдите градусную меру этой дуги, если расстояние между берегами равно 10 м, а наивысшая точка моста находится на высоте 5 метров над уровнем берегов.





В11

Стрелок три раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые два раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

В12

Закон сохранения импульса для двух материальных точек, движущихся по одной прямой, можно записать в виде  $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$ , где  $m_1$  и  $m_2$  – массы этих точек (в килограммах),  $v_1$  и  $u_1$  – соответственно скорость первой точки до и после столкновения (в м/с),  $v_2$  и  $u_2$  – соответственно скорость второй точки до и после столкновения. Пользуясь этой формулой, найдите скорость первой точки после столкновения (в м/с), если  $m_1 = 3$  кг,  $v_1 = 1$  м/с,  $m_2 = 9$  кг,  $v_2 = 3$  м/с, а  $u_2 = 2$  м/с.

*Не забудьте перенести свои ответы в бланки ответов АВ и С.*

## Часть 2

*При выполнении заданий С4–С9 используйте именной бланк ответов С. Сначала укажите номер задания, а затем запишите решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.*

## Модуль «Алгебра»

С4

Упростите выражение

$$\frac{a^2}{a^2 - ab} : \frac{b^2}{b^2 - ab} + \frac{a^2 - 9b^2}{b} \cdot \frac{1}{a - 3b}$$

С5

Из противоположных точек круговой трассы одновременно в одном направлении стартовали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста 48 км/ч, а велосипедиста – 21 км/ч. Найдите длину этой круговой трассы (в километрах), если мотоциклист, проехав один круг, обогнал велосипедиста один раз и опередил его на 5,25 км.

С6

Постройте график функции  $y = -x^2 + 6|x| - 1$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним более двух общих точек.

## Модуль «Геометрия»

С7

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 15$ , а сторона  $AC$  в 2,5 раза больше стороны  $BC$ .

С8

Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COB$  равны.

С9

Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите длину медианы, проведенной к стороне  $BC$ , если угол  $BAC$  равен  $26^\circ$ , угол  $BMC$  равен  $151^\circ$ ,  $BC = 6\sqrt{3}$ .



**Решения и критерии оценивания  
заданий с развёрнутым ответом**

---

*Модуль «Алгебра»*

---

**C4** Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 + 7x + 10 > 0, \\ 2(3x - 4) + 10 \geq -2 - (3 - 5x). \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство системы:

$$x^2 + 7x + 10 > 0; (x + 2)(x + 5) > 0,$$

откуда находим решение:  $(-\infty; -5); (-2; +\infty)$ .

Решим второе неравенство системы:

$$2(3x - 4) + 10 \geq -2 - (3 - 5x); 6x - 8 + 10 \geq -2 - 3 + 5x; x + 7 \geq 0,$$

то есть решение:  $[-7; +\infty)$ .

Решение исходной системы неравенств:  $[-7; -5); (-2; +\infty)$ .

Ответ:  $[-7; -5); (-2; +\infty)$ .

Содержание критерия	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C5** В одном стакане было налито 150 мл молока, а в другом стакане было налито 200 мл кофе, перемешанного со 100 мл молока. Каким стало содержание кофе (в процентах) во втором стакане после того, как из второго стакана перелили 150 мл смеси в первый стакан и перемешали, а затем такой же объём полученного напитка перелили обратно из первого стакана во второй?

Решение.

После того, как из второго стакана перелили 150 мл (то есть половину) кофе с молоком в первый стакан, во втором стакане осталось  $200/2 = 100$  мл кофе и  $100/2 = 50$  мл молока, а в первом стало  $0 + 200/2 = 100$  мл кофе и  $150 + 100/2 = 200$  мл молока. После того, как из первого стакана перелили во второй 150 мл имеющегося в нём напитка (то есть половину полученного после первого переливания), во втором стакане стало  $100 + 100/2 = 150$  мл кофе и  $50 + 200/2 = 150$  мл молока. Таким образом, кофе и молока во втором стакане стало поровну, следовательно, доля кофе составила 50%.

Ответ: 50.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**С6** Постройте график функции  $y = \left(\sqrt{16 - x^2}\right)^2 - \frac{2x^2 + 8x}{x}$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним ровно одну общую точку.

Решение.

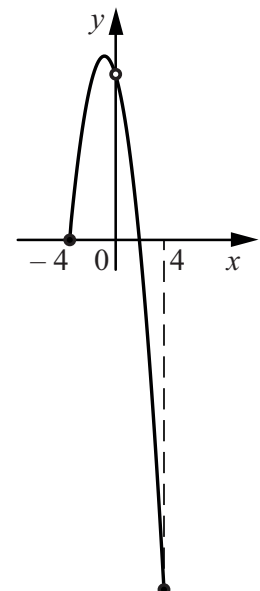
Найдём область определения функции:  
 $16 - x^2 \geq 0, x \neq 0$ .

$$16 - x^2 \geq 0; -4 \leq x \leq 4.$$

Значит, функция определена при  $x \in [-4; 0) \cup (0; 4]$ .

Таким образом, на области определения функция принимает вид  $y = -x^2 - 2x + 8$ .

График изображён на рисунке.



Прямая  $y = a$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при  $-16 \leq a < 0$ ;  $a = 8$ ;  $a = 9$ .

Ответ:  $-16 \leq a < 0$ ;  $a = 8$ ;  $a = 9$ .

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера или описка; Или: допущена ошибка или описка при записи ответа; Или: график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует; Или: решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на нём не указана выколота точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

---

**Модуль «Геометрия»**

---

**C7** На окружности последовательно отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , которые делят длину окружности в отношении  $AB : BC : CD : DA = 3 : 4 : 5 : 6$ . Найдите градусную величину угла между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

Решение.

Зная отношение длин дуг находим, что градусные величины дуг  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  равны  $60^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $100^\circ$  и  $120^\circ$ .

Вершина угла между прямыми  $AB$  и  $CD$  лежит вне окружности, поэтому его градусная величина равна полуразности дуг  $AD$  и  $BC$ , то есть  $100^\circ$ .

Ответ: 100.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- С8** На сторонах  $BC$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечены точки  $K$  и  $L$  так, что  $BK = DL$ . Докажите, что площади треугольников  $ABL$  и  $CDK$  равны.

Доказательство.

Поскольку в параллелограмме  $AD = BC$ , получаем  $AL = CK$ . Высоты треугольников  $ABL$  и  $CDK$ , проведённые к сторонам  $AL$  и  $CK$  соответственно, равны высоте параллелограмма. Значит, площади треугольников  $ABL$  и  $CKD$  равны.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С9** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $13:12$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 10$ .

Решение.

Обозначим  $BH$  высоту, проведённую из вершины  $B$ .

Биссектриса, проведённая из угла  $A$ , делит высоту в отношении, равному отношению  $AB$  и  $AN$ . Значит  $\cos \angle BAC = \frac{AN}{AB} = \frac{12}{13}$ , поэтому  $\sin \angle BAC = \frac{5}{13}$ . По теореме синусов радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен 13.

Ответ: 13.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Решения и критерии оценивания  
заданий с развёрнутым ответом**

*Модуль «Алгебра»*

**C4** Упростите выражение

$$\frac{5c^2 - 4c - 28}{1 - c^2} : \frac{c + 2}{c + 1} - \frac{3c^2 - 5c}{c - c^2} + \frac{7}{1 - c}.$$

Решение.

$$1) \frac{5c^2 - 4c - 28}{1 - c^2} : \frac{c + 2}{c + 1} = \frac{(5c - 14)(c + 2)}{(1 - c)(1 + c)} : \frac{c + 2}{c + 1} = \frac{5c - 14}{1 - c}.$$

$$2) \frac{3c^2 - 5c}{c - c^2} = \frac{3c - 5}{1 - c}.$$

$$3) \frac{5c - 14}{1 - c} - \frac{3c - 5}{1 - c} + \frac{7}{1 - c} = \frac{5c - 14 - 3c + 5 + 7}{1 - c} = \frac{2c - 2}{1 - c} = -2.$$

Ответ:  $-2$ .

Содержание критерия	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C5** Из противоположных точек круговой трассы одновременно в одном направлении стартовали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста 35 км/ч, а велосипедиста — 14 км/ч. Найдите длину этой круговой трассы (в километрах), если мотоциклист, проехав один круг, обогнал велосипедиста один раз и опередил его на 5,6 км.

Решение.

Обозначим длину трассы за  $x$  км. За то время, пока

мотоциклист проехал круг, велосипедист не доехал до конца первой половины круга 5,6 км, то есть

$$\frac{x}{35} = \frac{\frac{x}{2} - 5,6}{14}; \quad \frac{x}{140} = 0,4; \quad x = 56.$$

Таким образом, длина трассы составляет 56 километров.

Ответ: 56.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С6** Постройте график функции  $y = 2x^2 - 8|x| + 3$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним более двух общих точек.

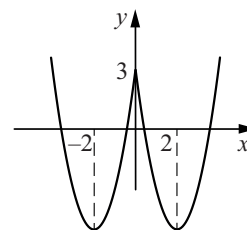
Решение.

Данная в условии задачи функция определена на всей числовой прямой и чётная. При  $x \geq 0$  график функции является параболой  $y = 2x^2 - 8x + 3$ , при  $x < 0$  график функции является параболой  $y = 2x^2 + 8x + 3$ .

График изображён на рисунке.

Прямая  $y = a$  имеет с графиком данной функции более двух общих точек при  $-5 < a \leq 3$ .

Ответ:  $-5 < a \leq 3$ .



Содержание критерия	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера или описка; Или: допущена ошибка или описка при записи ответа; Или: график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует; Или: решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на нём не указана выколота точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

---

**Модуль «Геометрия»**

---

- С7** Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 6$ , а сторона  $AC$  в 1,5 раза больше стороны  $BC$ .

Решение.

Четырёхугольник  $BCKP$  — вписанный, поэтому угол  $ABC$  равен углу  $APK$ . Значит, треугольники  $APK$  и  $ABC$  подобны по двум углам. В частности,  $\frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC}$ , откуда  $KP = 4$ .

Ответ: 4.



Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- С8** Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что отношение площадей треугольников  $BOC$  и  $AOD$  равно квадрату отношения  $BC$  к  $AD$ .

Доказательство.

По свойству параллельных прямых  $\angle BCO = \angle DAO$ ,  $\angle CBO = \angle ADO$ . Значит, треугольники  $BOC$  и  $AOD$  подобны по двум углам.

Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия, поэтому отношение площадей треугольников  $BOC$  и  $AOD$  равно квадрату отношения  $BC$  к  $AD$ .

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С9** Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите длину медианы, проведённой к стороне  $BC$ , если угол  $BAC$  равен

$47^\circ$ , угол  $BMC$  равен  $133^\circ$ ,  $BC = 4\sqrt{3}$ .

Решение.

Обозначим середину стороны  $BC$  за  $K$ . Продлим  $MK$  на свою длину за точку  $K$  до точки  $L$ . Четырёхугольник  $BLCM$  — параллелограмм, потому что  $MK = KL$  и  $BK = KC$ . Значит,  $\angle BLC = \angle BMC = 133^\circ$ , поэтому четырёхугольник  $ABLC$  — вписанный. Тогда  $AK \cdot KL = BK \cdot KC$ ;  $\frac{AK^2}{3} = \frac{BC^2}{4}$ ;  $AK = 6$ .

Ответ: 6.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Решения и критерии оценивания  
заданий с развёрнутым ответом**

---

*Модуль «Алгебра»*

---

**C4** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} -10x - 3(7 - 6x) > -2x + 9, \\ x^2 - 4x \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство системы:

$$-10x - 3(7 - 6x) > -2x + 9; -10x - 21 + 18x > -2x + 9; x - 3 > 0,$$

то есть решение:  $(3; +\infty)$ .

Решим второе неравенство системы:

$$x^2 - 4x \leq 0; x \cdot (x - 4) \leq 0,$$

откуда находим решение:  $[0; 4]$ .

Решение исходной системы неравенств:  $(3; 4]$ .

Ответ:  $(3; 4]$ .

Содержание критерия	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C5** В одном стакане было налито 150 мл молока, а в другом стакане было налито 100 мл кофе, перемешанного с 200 мл молока. Каким стало содержание кофе (в процентах) во втором стакане после того, как из второго стакана перелили 150 мл смеси в первый стакан и перемешали, а затем такой же объём полученного напитка перелили обратно из первого стакана во второй?

Решение.

После того, как из второго стакана перелили 150 мл (то есть половину) кофе с молоком в первый стакан, во втором стакане осталось  $100/2 = 50$  мл кофе и  $200/2 = 100$  мл молока, а в первом стало  $0 + 100/2 = 50$  мл кофе и  $150 + 200/2 = 250$  мл молока. После того, как из первого стакана перелили во второй 150 мл имеющегося в нём напитка (то есть половину полученного после первого переливания), во втором стакане стало  $50 + 50/2 = 75$  мл кофе и  $100 + 240/2 = 225$  мл молока. Таким образом, доля кофе составила 25%.

Ответ: 25.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**С6** Постройте график функции  $y = \left(\sqrt{9-x^2}\right)^2 + \frac{x^2-3x}{x}$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним ровно одну общую точку.

Решение.

Найдём область определения функции:  
 $9 - x^2 \geq 0, x \neq 0$ .

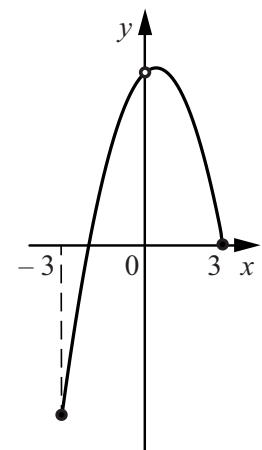
$$9 - x^2 \geq 0; -3 \leq x \leq 3.$$

Значит, функция определена при  $x \in [-3; 0) \cup (0; 3]$ .

Таким образом, на области определения функция принимает вид  $y = -x^2 + x + 6$ .

График изображён на рисунке.

Прямая  $y = a$  имеет с графиком данной функции ровно одну



общую точку при  $-6 \leq a < 0$ ;  $a = 6$ ;  $a = 6,25$ .

Ответ:  $-6 \leq a < 0$ ;  $a = 6$ ;  $a = 6,25$ .

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера или описка; Или: допущена ошибка или описка при записи ответа; Или: график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует; Или: решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на нём не указана выколота точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

---

**Модуль «Геометрия»**

---

**C7** На окружности последовательно отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , которые делят длину окружности в отношении  $AB:BC:CD:DA = 2:3:6:9$ . Найдите градусную величину угла между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

Решение.

Зная отношение длин дуг находим, что градусные величины дуг  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  равны  $36^\circ$ ,  $54^\circ$ ,  $108^\circ$  и  $162^\circ$ .

Вершина угла между прямыми  $AB$  и  $CD$  лежит вне окружности, поэтому его градусная величина равна полуразности дуг  $AD$  и  $BC$ , то есть  $54^\circ$ .

Ответ: 54.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- С8** На сторонах  $BC$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечены точки  $K$  и  $L$  так, что  $BK = DL$ . Докажите, что площади четырёхугольников  $ABKD$  и  $CDLB$  равны.

Доказательство.

Четырёхугольники  $ABKD$  и  $CDLB$  являются трапециями. Поскольку в параллелограмме  $AD = BC$ , получаем  $AL = CK$ . Высоты трапеций  $ABKD$  и  $CDLB$  равны высоте параллелограмма,  $AD = BC$ ,  $AL = CK$ . Значит, площади трапеций  $ABKD$  и  $CDLB$  равны.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С9** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $17:15$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 24$ .

Решение.

Обозначим  $BH$  высоту, проведённую из вершины  $B$ . Биссектриса, проведённая из угла  $A$ , делит высоту в отношении, равному отношению  $AB$  и  $AN$ . Значит  $\cos \angle BAC = \frac{AN}{AB} = \frac{15}{17}$ , поэтому  $\sin \angle BAC = \frac{8}{17}$ . По теореме синусов радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен 25,5.

Ответ: 25,5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Решения и критерии оценивания  
заданий с развёрнутым ответом**

*Модуль «Алгебра»*

**C4** Упростите выражение

$$\frac{a^2}{a^2 - ab} : \frac{b^2}{b^2 - ab} + \frac{a^2 - 9b^2}{b} \cdot \frac{1}{a - 3b}.$$

Решение.

$$1) \frac{a^2}{a^2 - ab} : \frac{b^2}{b^2 - ab} = \frac{a}{a - b} : \frac{b}{b - a} = \frac{a(b - a)}{b(a - b)} = -\frac{a}{b}.$$

$$2) \frac{a^2 - 9b^2}{b} \cdot \frac{1}{a - 3b} = \frac{(a - 3b)(a + 3b)}{b(a - 3b)} = \frac{a + 3b}{b}.$$

$$3) -\frac{a}{b} + \frac{a + 3b}{b} = \frac{-a + a + 3b}{b} = 3.$$

Ответ: 3.

Содержание критерия	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C5** Из противоположных точек круговой трассы одновременно в одном направлении стартовали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста 48 км/ч, а велосипедиста — 21 км/ч. Найдите длину этой круговой трассы (в километрах), если мотоциклист, проехав один круг, обогнал велосипедиста один раз и опередил его на 5,25 км.

Решение.

Обозначим длину трассы за  $x$  км. За то время, пока



мотоциклист проехал круг, велосипедист не доехал до конца первой половины круга 5,25 км, то есть

$$\frac{x}{48} = \frac{\frac{x}{2} - 5,25}{21}; \frac{x}{336} = 0,25; x = 84.$$

Таким образом, длина трассы составляет 84 километра.

Ответ: 84.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С6** Постройте график функции  $y = -x^2 + 6|x| - 1$  и найдите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с ним более двух общих точек.

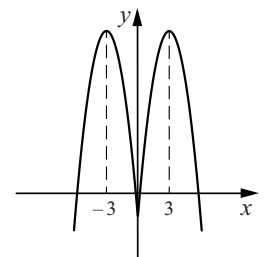
Решение.

Данная в условии задачи функция определена на всей числовой прямой и чётная. При  $x \geq 0$  график функции является параболой  $y = -x^2 + 6x - 1$ , при  $x < 0$  график функции является параболой  $y = -x^2 - 6x - 1$ .

График изображён на рисунке.

Прямая  $y = a$  имеет с графиком данной функции более двух общих точек при  $-1 \leq a < 8$ .

Ответ:  $-1 \leq a < 8$ .



Содержание критерия	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера или описка; Или: допущена ошибка или описка при записи ответа; Или: график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует; Или: решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на нём не указана выколота точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

---

**Модуль «Геометрия»**

---

- С7** Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 15$ , а сторона  $AC$  в 2,5 раза больше стороны  $BC$ .

Решение.

Четырёхугольник  $BSPK$  — вписанный, поэтому угол  $ABC$  равен углу  $APK$ . Значит, треугольники  $APK$  и  $ABC$  подобны по двум углам. В частности,  $\frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC}$ , откуда  $KP = 6$ .

Ответ: 6.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- С8** Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.

Доказательство.

Площади треугольников  $ABC$  и  $BCD$  равны, поскольку они имеют общую сторону  $BC$  и высоты, проведённые к этой стороне равны между собой (равны высоте трапеции). С другой стороны, площадь треугольника  $ABC$  равна сумме площадей треугольников  $AOB$  и  $BOC$ , а площадь треугольника  $BCD$  равна сумме площадей треугольников  $BOC$  и  $COD$ . Значит, площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- С9** Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите длину медианы, проведённой к стороне  $BC$ , если угол  $BAC$  равен  $26^\circ$ , угол  $BMC$  равен  $154^\circ$ ,  $BC = 6\sqrt{3}$ .

Решение.

Обозначим точкой  $K$  середину стороны  $BC$ . Продлим  $MK$  на свою длину за точку  $K$  до точки  $L$ . Четырёхугольник  $BLCM$  — параллелограмм, потому что  $MK = KL$  и  $BK = KC$ . Значит,  $\angle BLC = \angle BMC = 154^\circ$ , поэтому четырёхугольник  $ABLC$  — вписанный. Тогда  $AK \cdot KL = BK \cdot KC$ ;  $\frac{AK^2}{3} = \frac{BC^2}{4}$ ;  $AK = 9$ .

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4