

## Часть В.

**В1.** В университетскую библиотеку привезли новые учебники по русскому языку для 3-5 курсов, по 140 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно **полностью** заполнить новыми учебниками?

## Решение

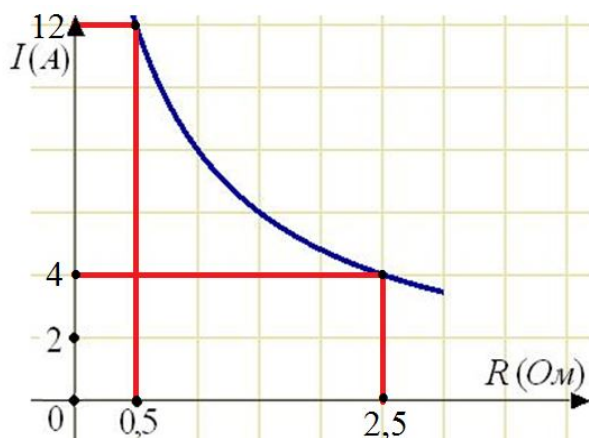
- 1)  $140 \cdot 3 = 420$  (уч) - всего
- 2)  $9 \cdot 30 = 270$  (уч) – помещается в шкаф
- 3)  $420 : 270 = 1$  (ост. 150)

Внимательно читаем вопрос задачи и записываем ответ.

**Ответ: 1**

**В2.** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 Ом до 2,5 Ом?

## Решение

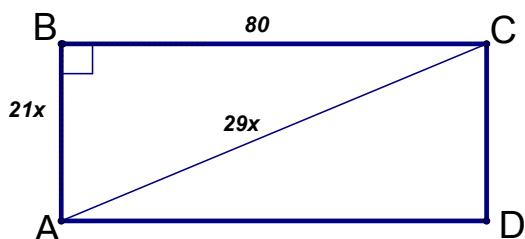


$$\Delta I = 12 - 4 = 8$$

**Ответ: 8**

**В3.** Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 21:29, а другая сторона равна 80. Найдите площадь прямоугольника.

**Решение**



По теореме Пифагора:

$$(29x)^2 - (21x)^2 = 80^2$$

$$400x^2 = 6400$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ (т.к. } x > 0)$$

$$AB = 21x = 21 \cdot 4 = 84$$

$$S_{ABCD} = 84 \cdot 80 = 6720$$

**Ответ: 6720**

**В4.** Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Альфа»	5,5 %	Изделия ценой до 20000руб.
«Альфа»	3 %	Изделия ценой свыше 20000 руб.
«Бета»	3,5 %	Все изделия
«Омикрон»	4,5 %	Все изделия

В прейскуранте приведены цены на четыре буфета. Определите, продажа какого буфета наиболее выгодна для салона. В ответ запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого буфета.

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Буфет «Аникита»	12500 руб.
«Альфа»	Буфет «Валерий»	21500 руб.
«Бета»	Буфет «Глеб»	16500 руб.
«Омикрон»	Буфет «Мокей»	14000 руб.

### Решение

Найдем, сколько рублей поступит в доход салона от продажи каждого буфета.

За буфет "Аникита"  $12500 \cdot 0,055 = 687,5$

За буфет "Валерий"  $21500 \cdot 0,03 = 645$

За буфет "Глеб"  $16500 \cdot 0,035 = 577,5$

За буфет "Мокей"  $14000 \cdot 0,045 = 630$

**Ответ: 687,5**

**В5.** Решите уравнение  $9^{3-x} = 3,24 \cdot 5^{3-x}$ .

### Решение

$$9^{3-x} = 3,24 \cdot 5^{3-x}$$

$$\frac{9^{3-x}}{5^{3-x}} = \frac{81}{25}$$

$$\left(\frac{9}{5}\right)^{3-x} = \left(\frac{9}{5}\right)^2$$

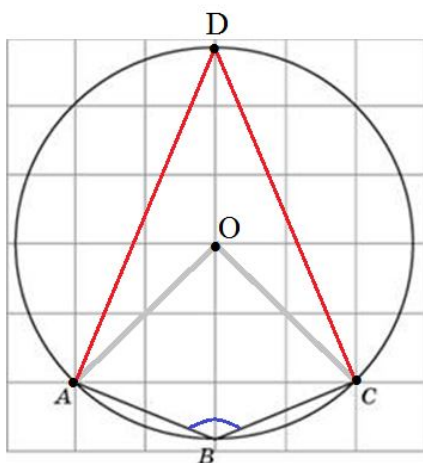
$$3-x = 2$$

$$x = 1$$

**Ответ: 1**

**В6.** Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

### Решение



$$\angle AOC = 90^\circ$$

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$$

$$\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle ADC$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

**Ответ: 135**

**В7.** Найдите значение выражения

$$\frac{54}{\sin\left(-\frac{28\pi}{3}\right) \cdot \cos\frac{23\pi}{6}}$$

**Решение**

$$\sin\left(-\frac{28\pi}{3}\right) = \sin\left(-10\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{23\pi}{6} = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{54}{\sin\left(-\frac{28\pi}{3}\right) \cdot \cos\frac{23\pi}{6}} = \frac{54}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{54 \cdot 4}{3} = 72$$

**Ответ: 135**

**В8.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

**Решение**

$$V(t) = x'(t) = t^2 - 6t - 5, \quad t \geq 0$$

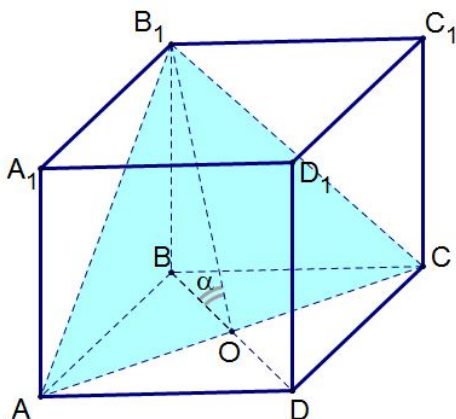
$$V(t) = 2 \Rightarrow t^2 - 6t - 5 = 2, \quad t^2 - 6t - 7 = 0, \quad t_1 = 7, \quad t_2 = -1 \text{ (не удовлетворяет условию)}$$

**Ответ: 7**

**В9.** Дана прямая призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , в основании которой лежит квадрат со стороной

2. Боковое ребро призмы равно  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ . Найдите градусную меру угла между плоскостью

треугольника  $AB_1C$  и плоскостью основания призмы.



**Решение**

В прямоугольном треугольнике BAD:

$$BD = a\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow BO = \sqrt{2}$$

В прямоугольном треугольнике  $BB_1O$ :

$$BB_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad BO = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BB_1}{BO} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**Ответ: 3**

**В10.** Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов — в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

**Решение**

$(75 - 27) : 2 = 24$  доклада – в 3-й день

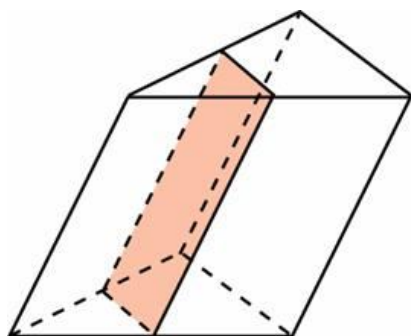
$n = 75$  – количество всевозможных исходов;

$m = 24$  – количество благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{24}{75} = 0,32$$

**Ответ: 0,32**

**В11.** Через среднюю линию основания треугольной призмы, площадь боковой поверхности которой равна 24, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



**Решение**

Площадь боковых граней отсеченной призмы вдвое меньше соответствующих площадей боковых граней исходной призмы. Поэтому площадь боковой поверхности отсеченной призмы вдвое меньше площади боковой поверхности исходной, т.е.  $24 : 2 = 12$

**Ответ: 12**

**В12.** Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 50$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 55 до 70 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 260 до 300 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

**Решение**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow d_1 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{d_2}} = f \cdot \frac{d_2}{d_2 - f} = f \cdot \frac{d_2 - f + f}{d_2 - f} = f \cdot \left(1 + \frac{f}{d_2 - f}\right) = f + \frac{f^2}{d_2 - f}$$

Отсюда ясно, что  $d_1$  будет минимальным при наибольшем значении  $d_2 - f > 0$

$$\text{В этом случае } d_1 = 50 + \frac{2500}{300 - 50} = 50 + 10 = 60$$

Это значение находится в области допустимых значений расстояния от лампы до линзы (интервал  $[55 \text{ см}, 70 \text{ см}]$ ).

**Ответ: 60**

**В13.** Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 300 км тратит времени на 6 часов больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда.

Ответ дайте в км/ч.

**Решение**

$$1) 750 \frac{\text{м}}{\text{мин}} = 750 \cdot \frac{0,001 \text{ км}}{\frac{1}{60} \text{ ч}} = 0,75 \cdot 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 45 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

2) Пусть  $x$  км/ч скорость товарного поезда.

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+45} = 6 \quad | : 6$$

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{x+45} = 1$$

$$\frac{x^2 + 45x - 2250}{x(x+45)} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + 45x - 2250 = 0, \\ x(x+45) \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 45x - 2250 = 0$$

$$D = 105^2$$

$$x_1 = 30, x_2 = -75 - \text{не удовлетворяет условию задачи}$$

**Ответ: 30**

**В14.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 13 \cos x - 15x + 7$  на отрезке  $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$ .

**Решение**

Т.к.  $-1 \leq \sin x \leq 1$ , то  $y' = -13 \sin x - 15 \leq 13 - 15 = -2 \Rightarrow$  функция  $y$  убывает и её наименьшее значение достигается на правом конце отрезка:

$$y_{\min} = y(0) = 13 + 7 = 20$$

**Ответ: 20**