

Вариант - 7

С1. Дано уравнение $\cos x - 2 \sin 2x = 1 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

С2. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 1. Найдите расстояние между прямыми AC и BD_1 .

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x^{\log_3 x} \geq 9x, \\ \sqrt{4x^2 - 5x + 1} < 2x. \end{cases}$$

С4. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана в окружность с центром в точке O . Найдите высоту трапеции, если ее средняя линия равна 3, а $\sin \angle AOB = 0,6$.

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2x + 2|x - a| + |x - 1|$ больше 3.

С6. Даны две бесконечные арифметические прогрессии: 1) $-192; -185; -178; \dots$ и 2) $-195; -189; -183; \dots$ Последовательность (a_n) состоит из всех общих членов этих прогрессий, взятых в порядке их возрастания.

А) Докажите, что последовательность (a_n) является арифметической прогрессией.

Б) Найдите наименьший по модулю член последовательности (a_n) .

В) Пусть S_n – сумма n первых членов последовательности (a_n) . Какое наименьшее значение может принимать S_n ?

Вариант - 8.

С1. Дано уравнение $6 \cos 2x - 13 \sin x - 2 = 0$

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$.

С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ каждое ребро равно $2\sqrt{3}$. Определите расстояние между прямыми AD_1 и CB_1 .

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^{|2\sqrt{3x-1}|} < 2, \\ \log_x^2(1-x) - \frac{3}{\log_{1-x} x} + 2 \leq 0. \end{cases}$$

С4. Сторона BC прямоугольного треугольника ABC является диаметром окружности. Эта окружность пересекает гипотенузу AB в точке K . Найдите хорду BK , если известно, что площадь треугольника ABC равна 3 , а один катет этого треугольника вдвое больше другого.

С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = |x-2| \cdot (x+2) - |x-a| + a$ принимает значение, равное a , ровно в трех точках.

С6. а) Найдите какое-либо натуральное число, у которого ровно 10 делителей (включая 1 и само число).

б) Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 10 делителей.

в) Найдите количество трехзначных нечетных натуральных чисел, у которых ровно 10 делителей.