

Вариант - 3

С 1. Дано уравнение $3\sin^2 x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

С 2. Сторона основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 12, а высота равна 9. Найдите расстояние от точки А до плоскости (A_1FD) .

С 3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} |3^x - 6| \geq 3, \\ \log_2 x - 3\sqrt{\log_2 x} + 2 \geq 0. \end{cases}$$

С 4. На стороне АВ треугольника ABC, как на диаметре построена полуокружность ω , которая пересекает прямые AC и BC в точках B_1 и A_1 соответственно. Найдите радиус полуокружности ω , если известно, что $A_1C=8$, $B_1C=7$, а площадь треугольника A_1B_1C равна $14\sqrt{3}$.

С 5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых графики функций $f(x) = 2 + x\sqrt{x^2 - 8x + 16}$ и $g(x) = ax + 4a$ имеют не менее двух общих точек.

С 6. На листе бумаги в строчку записаны 14 единиц.

а) Докажите, что между этими единицами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 162.

б) Докажите, что если единицы, стоящие на четных местах, заменить на четверки, все равно между числами полученного набора можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 162.

в) Докажите, что между любыми 14 натуральными числами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 162.

Вариант - 4

С1. Дано уравнение $6 \operatorname{tg}^2 x - \frac{13}{\cos x} + 12 = 0$

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

С2. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $CB=CA=5$, $BA=6$. Высота призмы равна 24. Точка M – середина ребра AA_1 , точка K – середина ребра BB_1 . Найдите угол между плоскостью MKC_1 и плоскостью основания призмы.

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 25^x - 5 \cdot 10^x + 4^{x+1} < 0, \\ \log_2 x - \log_2^2 x \geq 0. \end{cases}$$

С4. Вершина равнобедренного треугольника с боковой стороной 5 и основанием 8 служит центром данной окружности радиуса 2. Найдите радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника.

С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых графики функций $f(x) = \sqrt{9-x^2} - 5a$ и $g(x) = ax + 3$ не имеют общих точек.

С6. а) Найдите три несократимые дроби, произведение любых двух из которых – целое число.

б) Найдите четыре несократимые дроби, произведение любых двух из которых – целое число.

в) Существует ли 2012 несократимых дробей, произведение любых двух из которых – целое число?