

Вариант - 17

С1. Дано уравнение $4\sin 2x \cos x + 3 = 2(\sin 2x + 3\cos x)$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

С2. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB=16$, $BC=12$. Расстояние между прямыми AC и $C_1 D_1$ равно 9. Найдите угол между плоскостью BDB_1 и прямой AD_1 .

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 2^{x+4} + 15 > 0, \\ \log_x (3x-1)^2 \leq 2. \end{cases}$$

С4. В прямоугольном треугольнике ABC катеты $AB=8$, $CB=6$. На гипотенузе AC отмечена точка K так, что треугольник ABK – равнобедренный. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK .

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых графики функции $f(x) = (x-4)|x| + a$ $g(x) = |x-a| - a$ имеют ровно две общих точки.

С6. На доске записаны два числа 540 и 450. За один ход можно записать натуральное число, равное либо

1) среднему арифметическому любых двух чисел, уже записанных на доске, либо

2) модулю разности любых двух чисел, уже записанных на доске.

А) Можно ли за несколько ходов получить на доске число 315?

Б) Можно ли за несколько ходов получить на доске число 120?

В) Какое наименьшее натуральное число можно получить на доске?

Вариант - 18

С1. Дано уравнение $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin 2x = 2\sqrt{3}$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

С2. В правильной пирамиде $PABCD$ точка K середина бокового ребра PC . Найдите расстояние от вершины P пирамиды до плоскости BDK , если известно, что сторона основания пирамиды равна $6\sqrt{2}$, а высота пирамиды равна 8.

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^x + 5 \cdot 2^{-x} < 6, \\ \log_{\frac{2}{x}}(3x^2 - 2x) \leq 0. \end{cases}$$

С4. В равнобедренный треугольник с основанием 24 и боковой стороной 20 вписана окружность. Найдите длину отрезка, заключенного между двумя сторонами треугольника, параллельного третьей стороне и касающегося окружности.

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = x^2 - 4|x| - ax + a$ на отрезке $[-1; 3]$ не меньше, чем -5.

С6. На доске записано число 2. На доске разрешается записывать новые числа, применяя одну из операций:

- 1) можно увеличить любое из записанных чисел на 3;
- 2) можно любое из записанных чисел возвести в квадрат.

Можно ли в какой-то момент получить на доске число:

- А) 2010;
- Б) 2012;
- В) 2011?