

Вариант - 15

С1. Дано уравнение $\log_3\left(\cos x - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = 0,5$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -2\pi]$.

С2. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 12. Высота призмы равна 9. Найдите расстояние от середины ребра AA_1 до плоскости $B_1 C_1 A_1$.

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{2x+1} + 2 \geq 13 \cdot 2^x, \\ \log_{x+3}(x^2 - x) \leq 1. \end{cases}$$

С4. В прямоугольной трапеции с основаниями 18 и 32 тангенс острого угла равен $\frac{12}{7}$. Найдите радиус окружности, касающейся одного из оснований, меньшей боковой стороны и диагонали трапеции.

С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = x^2 - 4ax + 5a^2$ на отрезке, заданном неравенством $|x| \leq 6$, больше 8.

С6. На доске написано число 7. Раз в минуту Вася дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске (таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т.д.).

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 63?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 784?

Вариант - 16

С1. Дано уравнение $\log_2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\sin x\right)=\frac{1}{2}$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

С2. Сторона основания правильной треугольной призмы $АВСА_1В_1С_1$ равна 8, а боковое ребро равно 12. Точка K – середина $ВВ_1$. Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости $АСК$.

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+0,5} - 35 \cdot 2^x + 48 \leq 0, \\ \log_x(x^2 - 7x + 12) \leq 1. \end{cases}$$

С4. В параллелограмме острый угол равен 60° , периметр равен 30, а площадь равна $28\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, касающейся двух сторон и диагонали параллелограмма.

С5. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=2x^3-3ax^2+5$ на отрезке, заданном неравенством $|x-2|\leq 1$, не меньше, чем -3.

С6. На доске записаны два числа 35 и 21. За один ход можно записать натуральное число, равное либо

1) сумме любых двух чисел, имеющих на доске, либо

2) половине любого числа, имеющегося на доске.

А) Можно ли за несколько ходов получить на доске число 170?

Б) Можно ли за несколько ходов получить на доске число 140?

В) Какое наименьшее натуральное число можно получить на доске?