«Памятка» проверяющему

Задания второй части экзаменационной работы направлены на проверку следующих качеств математической подготовки учащихся:

a) уверенное владение формально-оперативным аппаратом;
b) способность к интеграции знаний из различных тем курса математики;
c) владение широким арсеналом приемов рассуждений, а также исследовательскими методами;
d) умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Основные положения, которых придерживается эксперт при оценке работы

1. Эксперт не «враг» ученика, и не его «союзник». Эксперт «нейтрален». Оценивается то, что написано, а не то, что якобы подразумевалось.
2. Любое правильное решение задачи оценивается полным баллом вне зависимости от его оптимальности и близости к решению, предложенному «авторами». Решение считается правильным, если в бланке ответов:
   - в заданиях с кратким ответом записан верный ответ;
   - в заданиях на соотнесение верно соотнесены объекты двух множеств;
   - в заданиях с развернутым решением получен верный ответ, а также описаны и обоснованы все промежуточные логические шаги.
3. Решение задачи должно заканчиваться предъявлением (выделением) ответа на вопрос задачи. Если ответ не предъявлен, решение не может быть оценено полным баллом. Эксперт не должен ничего «додумывать» за ученика. «Не успел записать ответ» - не является «аргументом», т.к. на запись (выделение) любого ответа требуется не более 30 секунд.
4. Любая работа должна быть выполнена полностью и качественно. «Небрежности» свидетельствуют о недостаточной компетентности «работника». «Описки» - минус 1 балл.
5. Исправления (зачеркивания) не являются основанием для снижения оценки.
6. Ошибки в формулах – 0 баллов.
7. Если проверяется вторая часть, значит ученик получил оценку 3 (а может быть и больше), т.е. «спасать» его необходимости нет. Теперь выясняется уровень его компетентности (рейтинг).

Предэкзаменационная работа (2011-2012 уч.г.)

Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

1 вариант. Часть 1

Каждое верно выполненное задание Части I оценивается в 1 балл

Таблица ответов к заданиям А1-А4

А1	2
А2	3
А3	4
А4	1

Таблица ответов к заданиям В1-В11

В1	0,051
В2	3,7
В3	1,5
В4	80
В5	132
В6	3
В7	35
В8	0,2
В9	12
В10	14
В11	1235

Таблица ответов к заданиям С1-С3

		Некоторые возможные варианты ответов
С1	А-2; Б-4; В-1	1-В; 2-А; 4-Б 241
С2	$d=\sqrt{\frac{2S}{\sin\alpha}}$	
С3	$A(-1;3)$	$(-1;3)$ $x_A=-1;\ y_A=3$

1 вариант. Часть 2

Задание С4

Сократите дробь $\dfrac{3x+xy^2-x^2y-3y}{y^2-x^2}$.

Решение:

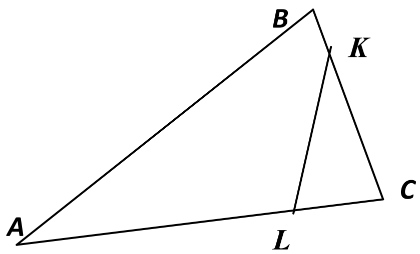
$$\frac{3x+xy^2-x^2y-3y}{y^2-x^2}=\frac{xy(y-x)-3(y-x)}{(y-x)(y+x)}=\frac{(y-x)(xy-3)}{(y-x)(y+x)}=\frac{xy-3}{x+y}.$$

Ответ: $\dfrac{xy-3}{x+y}$.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
2	При выбранном способе решения все преобразования выполнены верно, и получен верный ответ
1	Допущена описка, либо не показано разложение на множители числителя
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям, например, допущена ошибка при вынесении общего множителя за скобки.

Задание С5

В треугольнике ABC $AC=24$, $BC=12$. Точки L и K отмечены на сторонах AC и BC так, что $LC=4$ и $KC=8$. Докажите, что углы BAC и LKC равны.



Доказательство: Рассмотрим треугольники CKL и CAB, в них $\dfrac{KC}{AC}=\dfrac{LC}{BC}=\dfrac{1}{3}$ и $\angle C$ - общий, значит треугольники CKL и CAB подобны. Тогда $\angle LKC=\angle BAC$ как углы, лежащие против сходственных сторон.

Ч.т.д.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
3	Доказательство верное
2	Доказательство содержит неточные ссылки на соответствующие теоремы (определения)
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям

Задание С6

Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно, если $a_n = 3n + 5$.

Решение: Используя формулу $a_n = 3n + 5$, вычислим $a_{30} = 3 \cdot 30 + 5 = 95$ и $a_{40} = 3 \cdot 40 + 5 = 125$. Рассмотрим арифметическую прогрессию $\{x_n\}$, в которой $x_1 = a_{30}$ и $x_{11} = a_{40}$. Тогда используя формулу $S_{11} = \frac{x_1 + x_{11}}{2} \cdot 11$, получим $S_{11} = \frac{95 + 125}{2} \cdot 11 = 110 \cdot 11 = 1210$.

<u>Ответ:</u> 1210.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или арифметическая ошибка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям, например, ошибки в формулах

Задание С7

Прямая и парабола, заданные уравнениями $y = kx$ и $y = x^2 + bx + c$ касаются в точке с координатами $(1; 2)$. Найдите все возможные значения коэффициентов b и c.

Решение: 1) Т.к. точка с координатами $(1;2)$ лежит на прямой, заданной уравнением $y = kx$, то $2 = k \cdot 1$; $k = 2$, значит, уравнение прямой имеет вид $y = 2x$.

Т.к. точка с координатами $(1;2)$ лежит на параболе, заданной уравнением $y = x^2 + bx + c$, то $2 = 1^2 + b \cdot 1 + c$; $b + c = 1$; $c = 1 - b$, значит, уравнение параболы имеет вид $y = x^2 + bx + 1 - b$.

2) Т.к. прямая и парабола имеют единственную общую точку, то уравнение $2x = x^2 + bx + 1 - b$ имеет единственное решение, значит, его дискриминант равен 0.

$x^2 + bx - 2x + 1 - b = 0$; $x^2 + (b-2)x + 1 - b = 0$.

$D = (b-2)^2 - 4(1-b) = b^2 - 4b + 4 - 4 + 4b = b^2$

$b^2 = 0$; $b = 0$.

Тогда $c = 1 - 0$; $c = 1$.

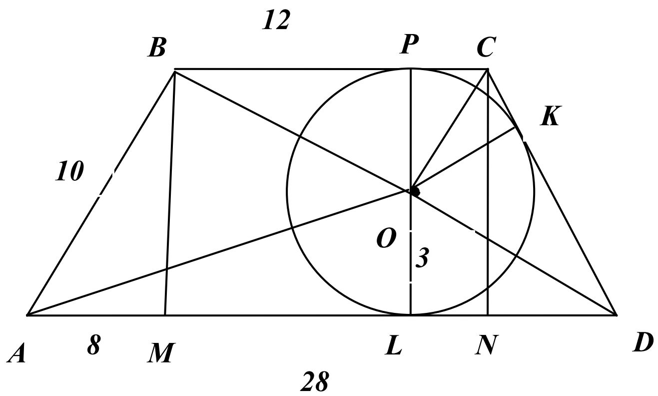
Ответ: $b = 0$; $c = 1$.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
4	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или арифметическая ошибка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно
0	Ошибки в формулах, другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям

Задание С8

Внутри равнобедренной трапеции *ABCD* с основаниями *BC=12*, *AD=28* и боковой стороной *CD=10* выбрана точка *O* так, что окружность с центром в точке *O* касается оснований трапеции и стороны *CD*. Найдите площадь треугольника *ABO*.

Решение:



1) Проведем перпендикуляры $BM \perp AD$, $CN \perp AD$, отрезки OC и OD; радиусы OK, OP и OL, где K, P, L – точки касания, значит, $OK \perp CD$, $OP \perp BC$, $OL \perp AD$.

2) Т.к. трапеция равнобедренная, то $AM = \dfrac{AB - BC}{2}$; $AM = 8$. Тогда в треугольнике ABM $BM = 6$, значит, радиус окружности равен 3.

3) $S_{AOB} = S_{ABCD} - S_{AOD} - S_{COD} - S_{BOC}$

$$S_{ABCD} = \frac{12+28}{2} \cdot 6 = 40 \cdot 3 = 120$$

$$S_{AOD} = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 3 = 14 \cdot 3 = 42$$

$$S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$$

$$S_{BOC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18$$

$$S_{AOB} = 120 - 42 - 18 - 15 = 60 - 15 = 45$$

Ответ: 45.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
4	Ход решения правильный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, но не описаны дополнительные построения, или допущена одна вычислительная ошибка, не повлиявшая на ход решения, при этом решение доведено до конца
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям, например, ошибки в формулах, неверные математические утверждения

Система формирования рейтинга

Максимальное количество баллов за одно задание						**Максимальное количество баллов**		
Часть I	**Часть II**					**За Часть I**	**За Часть II**	**За работу в целом**
	C4	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**			
1	**2**	**3**	**3**	**4**	**4**	**18**	**16**	**34**

Таблица перевода суммарного рейтинга в пятибалльную шкалу отметок

	Менее 8 баллов за всю работу	**8 - 15 баллов**	**16- 19 баллов**	**20 – 34 баллов**
Отметка	**«2»**	**«3»**	**«4»**	**«5»**

<u>«Памятка» проверяющему</u>

Задания второй части экзаменационной работы направлены на проверку следующих качеств математической подготовки учащихся:

a) уверенное владение формально-оперативным аппаратом;
b) способность к интеграции знаний из различных тем курса математики;
c) владение широким арсеналом приемов рассуждений, а также исследовательскими методами;
d) умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Основные положения, которых придерживается эксперт при оценке работы

1. Эксперт не «враг» ученика, и не его «союзник». Эксперт «нейтрален». Оценивается то, что написано, а не то, что якобы подразумевалось.
2. Любое правильное решение задачи оценивается полным баллом вне зависимости от его оптимальности и близости к решению, предложенному «авторами». Решение считается правильным, если в бланке ответов:
   - в заданиях с кратким ответом записан верный ответ;
   - в заданиях на соотнесение верно соотнесены объекты двух множеств;
   - в заданиях с развернутым решением получен верный ответ, а также описаны и обоснованы все промежуточные логические шаги.
3. Решение задачи должно заканчиваться предъявлением (выделением) ответа на вопрос задачи. Если ответ не предъявлен, решение не может быть оценено полным баллом. Эксперт не должен ничего «додумывать» за ученика. «Не успел записать ответ» - не является «аргументом», т.к. на запись (выделение) любого ответа требуется не более 30 секунд.
4. Любая работа должна быть выполнена <u>полностью и</u> <u>качественно.</u> «Небрежности» свидетельствуют о недостаточной компетентности «работника». «Описки» - минус 1 балл.
5. Исправления (зачеркивания) не являются основанием для снижения оценки.
6. Ошибки в формулах – 0 баллов.
7. Если проверяется вторая часть, значит ученик получил оценку 3 (а может быть и больше), т.е. «спасать» его необходимости нет. Теперь выясняется уровень его компетентности (рейтинг).

Предэкзаменационная работа (2011-2012 уч.г.)

Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

2 вариант. Часть 1

Каждое верно выполненное задание Части I оценивается в 1 балл

Таблица ответов к заданиям А1-А4

А1	3
А2	4
А3	1
А4	2

Таблица ответов к заданиям В1-В11

В1	0,52
В2	0,7
В3	4
В4	40
В5	63
В6	3
В7	64
В8	0,125
В9	12
В10	54
В11	135

Таблица ответов к заданиям С1-С3

		Некоторые возможные варианты ответов
С1	А-3; Б-4; В-2	2-В; 3-А; 4-Б 342
С2	$r=\sqrt{\dfrac{360^0 S}{\pi\alpha}}$	
С3	$B(1;5)$	$(1;5)$ $x_B=1;\ y_B=5$

<u>2 вариант. Часть 1</u>

Задание С4

Сократите дробь $\dfrac{b^2 - a^2}{a^2b + 2b - ab^2 - 2a}$.

Решение:

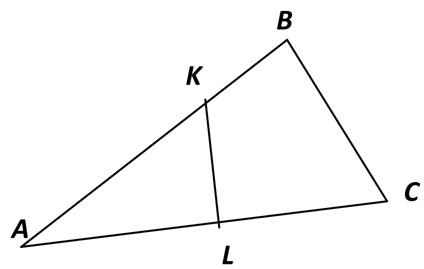
$$\frac{b^2 - a^2}{a^2b + 2b - ab^2 - 2a} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a) - ab(b-a)} = \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a)(2-ab)} = \frac{b+a}{2-ab}.$$

<u>Ответ:</u> $\dfrac{b+a}{2-ab}$.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
2	При выбранном способе решения все преобразования выполнены верно и получен верный ответ
1	Допущена описка, либо не показано разложение на множители числителя
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям, например, допущена ошибка при вынесении общего множителя за скобки.

Задание С5

В треугольнике ABC $AC = 18$, $AB = 12$. Точки L и K отмечены на сторонах AC и AB так, что $AL = 6$ и $AK = 9$. Докажите, что углы ABC и ALK равны.



Доказательство: Рассмотрим треугольники AKL и ACB, в них $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AL}{AB} = \dfrac{1}{2}$ и $\angle A$ – общий, значит, треугольники AKL и ACB подобны. Тогда $\angle ALK = \angle ABC$ как углы, лежащие против сходственных сторон.

Ч.т.д.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
3	Доказательство верное
2	Доказательство содержит неточные ссылки на соответствующие теоремы (определения)
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям

Задание С6

Найдите сумму членов арифметической прогрессии с двадцать пятого по тридцать пятый включительно, если $a_n = 4n + 2$.

Решение: Используя формулу $a_n = 4n + 2$, вычислим $a_{25} = 4 \cdot 25 + 2 = 102$ и $a_{35} = 4 \cdot 35 + 2 = 142$. Рассмотрим арифметическую прогрессию $\{x_n\}$, в которой $x_1 = a_{25}$ и $x_{11} = a_{35}$. Тогда используя формулу $S_{11} = \frac{x_1 + x_{11}}{2} \cdot 11$, получим $S_{11} = \frac{102 + 142}{2} \cdot 11 = 122 \cdot 11 = 1342$.

Ответ: 1342.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
3	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или арифметическая ошибка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям, например, ошибки в формулах

Задание С7

Прямая и парабола, заданные уравнениями $y = kx + 1$ и $y = ax^2 + bx + 5$ касаются в точке с координатами $(2;\ 7)$. Найдите все возможные значения коэффициентов a и b.

Решение: 1) Т.к. точка с координатами $(2;7)$ лежит на прямой, заданной уравнением $y = kx + 1$, то $7 = k \cdot 2 + 1$; $k = 3$. Уравнение прямой имеет вид $y = 3x + 1$.

Т.к. точка с координатами $(2;7)$ лежит на параболе, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + 5$, то $7 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 5$; $2a + b = 1$; $b = 1 - 2a$, значит, уравнение параболы имеет вид $y = ax^2 + (1 - 2a)x + 5$.

2) Т.к. прямая и парабола имеют единственную общую точку, то уравнение $3x + 1 = ax^2 + (1 - 2a)x + 5$ имеет единственное решение, значит, его дискриминант равен 0.

$ax^2 + (-2-2a)x + 4 = 0$; $ax^2 - 2(a+1)x + 4 = 0$.

$\frac{D}{4} = (a+1)^2 - 4a = a^2 + 2a + 1 - 4a = a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$

$(a-1)^2 = 0$; $a = 1$.

Тогда $b = 1 - 2 \cdot 1$; $b = -1$.

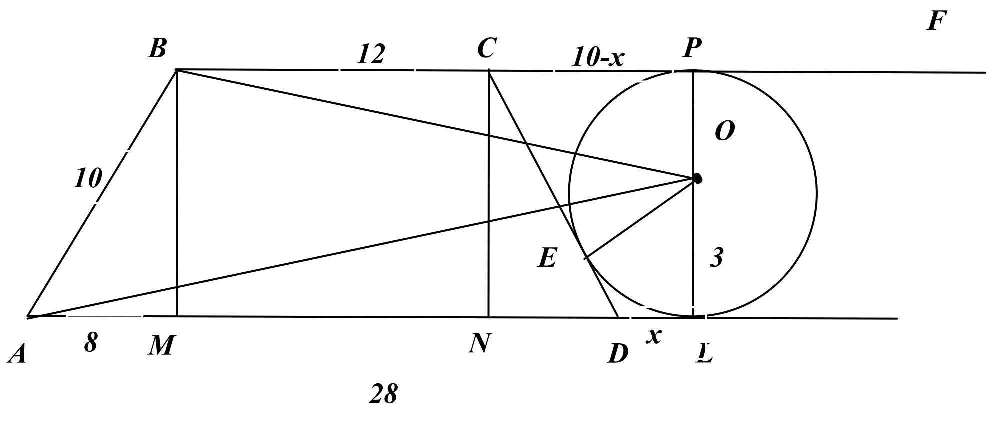
Ответ: $a = 1$; $b = -1$.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
4	Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или арифметическая ошибка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно
0	Ошибки в формулах, другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям

Задание С8

Вне равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $BC=12$, $AD=28$ и боковой стороной $CD=10$ выбрана точка O так, что окружность с центром в точке O касается прямых BC, AD и стороны CD. Найдите площадь треугольника ABO.

Решение:



1) Проведем перпендикуляры $BM \perp AD$; $CN \perp AD$; отрезки OB и OA и радиусы OE , OP и OL, где E, P, L – точки касания. Значит, $OP \perp BC$, $OE \perp CD$ и $OL \perp AD$.

2) Т.к. трапеция равнобедренная, то $AM = \frac{28-12}{2} = 8$.

   В треугольнике ABM $BM = 6$. Отсюда, радиус окружности равен 3.

3) Пусть $DL = x$, тогда $DE = x$ (отрезки касательных). $CE = CP = 10 - x$.

4) $S_{AOB} = S_{ABPL} - S_{AOL} - S_{BPO}$

$$S_{ABPL} = \frac{12 + 10 - x + 28 + x}{2} \cdot 6 = 150$$

$$S_{AOL} = \frac{1}{2}(28 + x) \cdot 3 = 42 + 1{,}5x$$

$$S_{BPO} = \frac{1}{2}(12 + 10 - x) \cdot 3 = 33 - 1{,}5x$$

$$S_{AOB} = 150 - (42 + 1{,}5x) - (33 - 1{,}5x) = 75$$

Ответ: 75.

Баллы	*Критерии оценки выполнения задания*
4	Ход решения правильный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, но не описаны дополнительные построения, или допущена одна вычислительная ошибка, не повлиявшая на ход решения, при этом решение доведено до конца
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям, например, ошибки в формулах, неверные математические утверждения

Система формирования рейтинга

Максимальное количество баллов за одно задание						**Максимальное количество баллов**		
Часть I	**Часть II**					**За Часть I**	**За Часть II**	**За работу в целом**
	С4	**С5**	**С6**	**С7**	**С8**			
1	**2**	**3**	**3**	**4**	**4**	**18**	**16**	**34**

Таблица перевода суммарного рейтинга в пятибалльную шкалу отметок

	Менее 8 баллов за всю работу	**8 - 15 баллов**	**16- 19 баллов**	**20 – 34 баллов**
Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»