

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант № 513

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

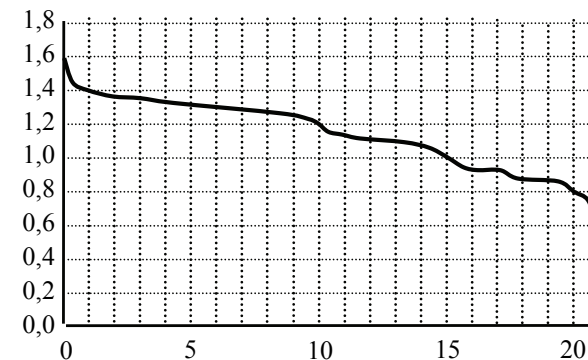
**Желаем успеха!**

## Часть 1

*Ответом к заданиям этой части (B1–B12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

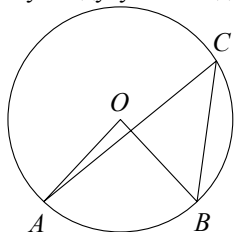
**B1** Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 30 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 515 рублей, а разовая поездка — 22 рубля?

**B2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 10 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



**B3** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{11-x} = 128$ .

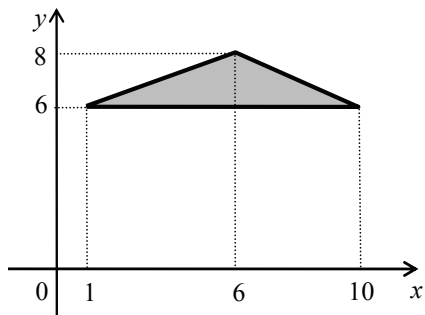
**B4** Найдите центральный угол  $AOB$ , если он на  $43^\circ$  больше вписанного угла  $ACB$ , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



**B5** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 185 кВт·ч. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,40 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,40 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,60 руб. за кВт·ч.

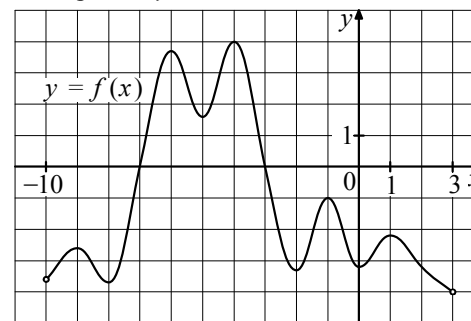
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменял счётчик? Ответ дайте в рублях.

**B6** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 6)$ ,  $(10; 6)$ ,  $(6; 8)$ .

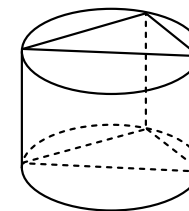


**B7** Найдите значение выражения  $(5^{\log_2 5})^{\log_5 2}$ .

**B8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -3$ .



**B9** Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 и 7. Боковые рёбра равны  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



**B10** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1360$  К,  $a = -20$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 240$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1900 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

**B11** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 16}$ .

**B12** Два велосипедиста одновременно отправляются в 99-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 2 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** Решите уравнение  $(\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{3 \cos x} = 0$ .

**C2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $BDD_1$ .

**C3** Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{9}}(7 - 6x) \cdot \log_{2-x} \frac{1}{3} \geq 1$ .

**C4** Через вершину  $C$  правильного шестиугольника  $ABCDEF$  проведена прямая, пересекающая прямую  $AD$  в точке  $Q$ . Известно, что эта прямая разбивает шестиугольник на части, площади которых относятся как 5:13. Найдите отношение  $AQ:QD$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (|y| - 5)^2 = 4, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Набор состоит из тридцати трёх натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 5. Среднее арифметическое любых двадцати семи чисел этого набора меньше 2.

а) Может ли такой набор содержать ровно тринадцать единиц?

б) Может ли такой набор содержать менее тринадцати единиц?

в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 28.

