

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 512

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

Часть 1

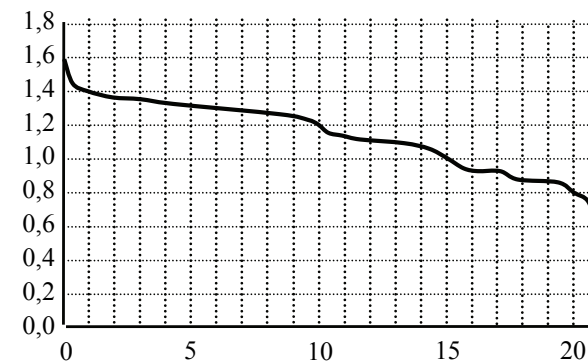
Ответом к заданиям этой части (B1–B12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1

Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 34 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 515 рублей, а разовая поездка — 21 рубль?

B2

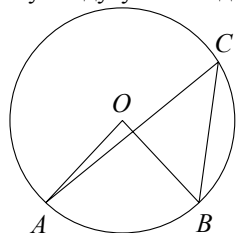
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 20 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



B3

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{11-x} = 128$.

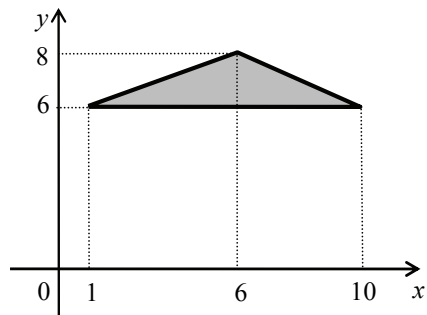
B4 Найдите центральный угол AOB , если он на 43° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



B5 В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 185 кВт·ч. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,30 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,30 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,60 руб. за кВт·ч.

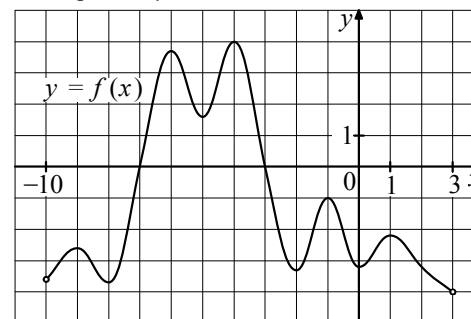
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменял счётчик? Ответ дайте в рублях.

B6 Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 6)$, $(10; 6)$, $(6; 8)$.

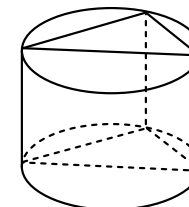


B7 Найдите значение выражения $(5^{\log_2 5})^{\log_5 2}$.

B8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



B9 Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 и 7. Боковые рёбра равны $\frac{4}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



B10 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1025$ К, $a = -25$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1200 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

B11 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 36}$.

B12 Два велосипедиста одновременно отправляются в 99-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 2 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x + \sqrt{3} \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{7 \cos x} = 0$.

C2 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью BDD_1 .

C3 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{16}}(53 - 13x) \cdot \log_{5-x} 0,25 \geq 1$.

C4 Через вершину A правильного шестиугольника $ABCDEF$ проведена прямая, пересекающая прямую CF в точке K . Известно, что эта прямая разбивает шестиугольник на части, площади которых относятся как 1:11. Найдите отношение $CK : KF$.

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 7)^2 + (|y| - 7)^2 = 1, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

C6 Набор состоит из тридцати семи натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 6. Среднее арифметическое любых тридцати чисел этого набора меньше 2.

а) Может ли такой набор содержать ровно пятнадцать единиц?

б) Может ли такой набор содержать менее пятнадцати единиц?

в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 31.

