

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант № 509

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

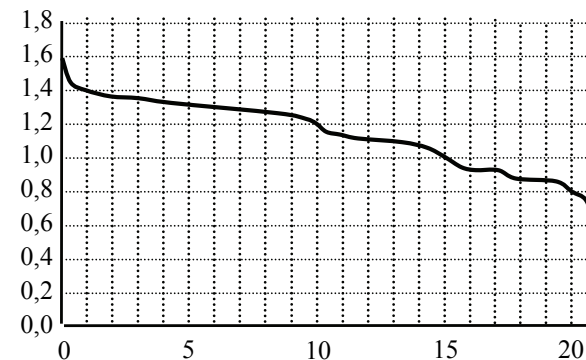
**Желаем успеха!**

## Часть 1

*Ответом к заданиям этой части (B1–B12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

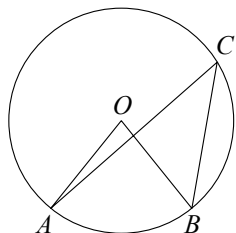
**B1** Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 46 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 21 рубль?

**B2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 10 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



**B3** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{13-x} = 64$ .

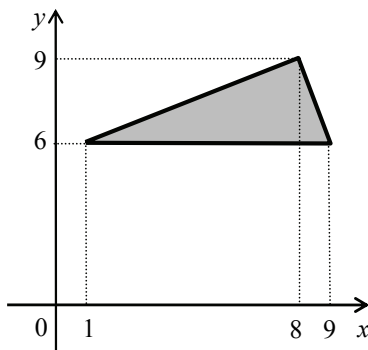
**B4** Найдите центральный угол  $AOB$ , если он на  $39^\circ$  больше вписанного угла  $ACB$ , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



**B5** В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 190 кВт·ч. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,60 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,60 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,80 руб. за кВт·ч.

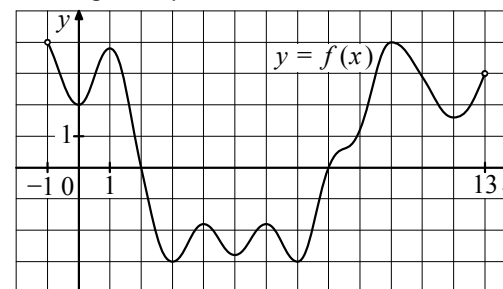
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменял счётчик? Ответ дайте в рублях.

**B6** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 6)$ ,  $(9; 6)$ ,  $(8; 9)$ .

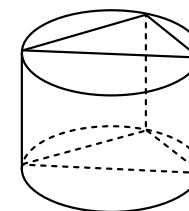


**B7** Найдите значение выражения  $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$ .

**B8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 13)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 20$ .



**B9** Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 и 7. Боковые рёбра равны  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



**B10** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1360$  К,  $a = -20$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 240$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1900 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

**B11** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 16}$ .

**B12** Два велосипедиста одновременно отправляются в 99-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 2 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** Решите уравнение  $(\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{-5 \cos x} = 0$ .

**C2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , стороны основания которой равны 8, а боковые рёбра равны 2, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $BDD_1$ .

**C3** Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{9}}(7 - 6x) \cdot \log_{2-x} \frac{1}{3} \geq 1$ .

**C4** Через вершину  $C$  правильного шестиугольника  $ABCDEF$  проведена прямая, пересекающая прямую  $BE$  в точке  $P$ . Известно, что эта прямая разбивает шестиугольник на части, площади которых относятся как 1:17. Найдите отношение  $BP : PE$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 6)^2 + (|y| - 6)^2 = 9, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Набор состоит из тридцати трёх натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 5. Среднее арифметическое любых двадцати семи чисел этого набора меньше 2.

- а) Может ли такой набор содержать ровно тринадцать единиц?
- б) Может ли такой набор содержать менее тринадцати единиц?
- в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 28.

