**C3.1**

Решите неравенство: $(0{,}3)^{2x^2-3x+6} < 0{,}00243$

$$(0{,}3)^{2x^2-3x+6} < (0{,}3)^5$$
$$2x^2-3x+6 > 5$$
$$2x^2-3x+1 > 0$$
$$x \in (-\infty;0{,}5)\cup(1;\infty)$$

Ответ: $x \in (-\infty;0{,}5)\cup(1;\infty)$

**C3.2**

Решите неравенство: $8^{\sqrt{8^x}} > 4096$

$$8^{\sqrt{8^x}} > 8^4$$
$$\sqrt{8^x} > 4 \quad \to \quad 2^{\frac{3x}{2}} > 2^2 \quad \to \quad \frac{3x}{2} > 2 \quad \to \quad x > \frac{4}{3}$$

Ответ: $x > \dfrac{4}{3}$

**C3.3**

Решите неравенство: $\log_{0,5}(x^2-5x+6) > -1$

$$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x^2-5x+6<2 \end{cases} \to \begin{cases} x\in(-\infty;2)\cup(3;\infty) \\ x\in(1;4) \end{cases} \to x\in(1;2)\cup(3;4)$$

Ответ: $x\in(1;2)\cup(3;4)$

**С3.4.**

Решите неравенство: $log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2-3x}{x}\right) \geq -1$

$$\begin{cases} \frac{2-3x}{x} > 0 \\ \frac{2-3x}{x} \leq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3x-2}{x} < 0 \\ \frac{6x-2}{x} \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \in \left(0;\frac{2}{3}\right) \\ x \in (-\infty;0] \cup \left[\frac{1}{3};\infty\right) \end{cases} \rightarrow x \in \left[\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$$

Ответ: $x \in \left[\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

**С3.5**

Решите неравенство: $2^x + 2^{|x|} \geq 2\sqrt{2}$

1) $x \geq 0 \quad 2 \cdot 2^x \geq 2\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad x \geq \frac{1}{2}$

2) $x < 0; \quad 2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2}$

$2^x = t > 0$

$t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 \geq 0; \quad \rightarrow \quad t \leq \sqrt{2} - 1; \quad t \geq \sqrt{2} + 1;$

$2^x \leq \sqrt{2} - 1; \quad 2^x \geq \sqrt{2} + 1;$

$x \leq log_2(\sqrt{2} - 1); \quad x \geq log_2(\sqrt{2} + 1);$

С учетом ограничения $x < 0$ получаем $x \leq log_2(\sqrt{2} - 1)$

Ответ: $x \in \left(-\infty; log_2(\sqrt{2} - 1)\right] \cup \left[\frac{1}{2};\infty\right)$

**С3.6**

Решите неравенство: $8 \cdot \frac{3^{x-2}}{3^x - 2^x} > 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^x$

$$\frac{8}{9\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^x\right)} > 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^x; \quad \rightarrow \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{8}{9 - 9t} > 1 + t$$

$$9t + 9 + \frac{8}{t-1} < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{9t^2 - 1}{t - 1} < 0 \quad \rightarrow \quad t \in \left(-\infty;-\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3};1\right)$$

С учетом $t>0$ получаем $t\in\left(\frac{1}{3};1\right)$

$$t\in\left(\frac{1}{3};1\right)\ \rightarrow\ \frac{1}{3}<\left(\frac{2}{3}\right)^{x}<1\ \rightarrow\ 0<x<\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)$$

Ответ: $0<x<\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)$

**С3.7**

Решите неравенство: $3^{72}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}>1$

$$3^{72-x-\sqrt{x}}>1\ \rightarrow\ 72-x-\sqrt{x}>0\ \rightarrow\ x+\sqrt{x}-72<0;\ \rightarrow\ 0\le\sqrt{x}<8\ \rightarrow\ 0\le x<64$$

Ответ: $x\in[0;64)$

**С3.8**

Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)>\log_{3}(x-2)$

$$\begin{cases}x+1>0\\x-2>0\\\log_3(x-2)+\log_3(x+1)<0\end{cases}\rightarrow\ \begin{cases}x>2\\(x-2)(x+1)<1\end{cases}\ \rightarrow\ \begin{cases}x>2\\x^2-x-3<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x>2\\\frac{1-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{13}}{2}\end{cases}\ \rightarrow\ x\in\left(2;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$$

Ответ: $x\in\left(2;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

**С3.9**

Решите неравенство: $\left(\frac{x}{10}\right)^{lg\,x-2} < 100$

$$\left(\frac{x}{10}\right)^{lg\,x-2} < 100 \quad \to \quad lg\left(\left(\frac{x}{10}\right)^{lg\,x-2}\right) < lg\,100 \quad \to \quad (lg\,x-2)(lg\,x-1) < 2;$$

Обозначим $lg\,x = t;$

$$t^2 - 3t < 0; \quad \to \quad t \in (0;3) \quad \to \quad x \in (1;1000)$$

Ответ: $x \in (1;1000)$

**С3.10**

Решить неравенство: $log_{|x|}\left(\sqrt{9-x^2} - x - 1\right) \geq 1$

Сначала ограничения.

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ \sqrt{9-x^2} > x+1 \end{cases} \to \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x < -1 \\ 9-x^2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ 9-x^2 \geq 0 \\ 9-x^2 > x^2+2x+1 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \to \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ \left[\begin{array}{l} -3 \leq x < -1 \\ \begin{cases} x \geq -1 \\ -3 \leq x \leq 3 \\ x^2+x-4 < 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ \left[\begin{array}{l} -3 \leq x < -1 \\ \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{2}; \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right) \end{array}\right. \end{cases} \to \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ \left[\begin{array}{l} -3; \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right) \end{cases}$$

Теперь само неравенство.

1) При $|x|>1 \quad x>1; x<-1 \qquad \sqrt{9-x^2}-x-1\ge |x|$

1.1) при $x>0 \qquad \sqrt{9-x^2}\ge 2x+1 \quad\to\quad 9-x^2\ge 4x^2+4x+1; \quad\to\quad 5x^2+4x-8\le 0$

$$x\in\left(0;\frac{-2+\sqrt{44}}{5}\right]$$

1.2) при $x<0 \quad \sqrt{9-x^2}\ge 1 \quad\to\quad 9-x^2\ge 1; \quad\to\quad x^2\le 8$

$$x\in\left[-2\sqrt{2};0\right)$$

Для этого случая $\left[-2\sqrt{2};-1\right)$

2) При $|x|<1; \quad -1<x<1 \quad \sqrt{9-x^2}-x-1\le |x|$

2.1) при $x>0 \qquad \sqrt{9-x^2}\le 2x+1 \quad\to\quad 9-x^2\le 4x^2+4x+1; \quad\to\quad 5x^2+4x-8\ge 0$

$$x\in\left[\frac{-2+\sqrt{44}}{5};1\right)$$

2.2) при $x<0 \quad \sqrt{9-x^2}\le 1 \quad\to\quad 9-x^2\le 1; \quad\to\quad x^2\ge 8$

Нет решений с учетом $-1<x<1$

Теперь соберем все это вместе с учетом ограничений.

$$\left[-2\sqrt{2};-1\right)\cup\left[\frac{-2+\sqrt{44}}{5};1\right)$$

Ответ: $\left[-2\sqrt{2};-1\right)\cup\left[\frac{-2+\sqrt{44}}{5};1\right)$ **Внимание!** В книжке ответ неправильный!

**Тренировочный вариант №1 С3**

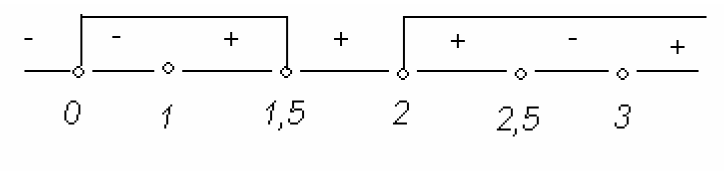
Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}}\left(\frac{x}{3}\right) > 0$$

$$\frac{\lg\left(\frac{x}{3}\right)}{\frac{1}{2}\lg\left(2x^2-7x+6\right)} > 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 2x^2-7x+6 > 0 \\ 2x^2-7x+6 \neq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \frac{3}{2};\ x > 2; \\ x \neq 1;\ x \neq \frac{5}{2}; \end{cases}$$

Теперь метод интервалов.




Ответ: $x \in (1;1{,}5) \cup (2;2{,}5) \cup (3;\infty)$

**Тренировочная работа №2 С3**

Решите неравенство: $x^{\lg x} > 10x^{-\lg x} + 3$

Обозначим $x^{\lg x} = t > 0$

$$t > \frac{10}{t} + 3; \quad \rightarrow \quad t^2 - 3t - 10 > 0; \quad \rightarrow \quad t < -2; t > 5; \quad \rightarrow \quad t > 5;$$

$$x^{\lg x} > 5; \quad \rightarrow \quad \lg x^{\lg x} > \lg 5; \quad \rightarrow \quad (\lg x)^2 > \lg 5; \quad \rightarrow \quad \lg x \in (-\infty; -\sqrt{\lg 5}) \cup (\sqrt{\lg 5}; \infty)$$

$$x \in \left(0; 10^{-\sqrt{\lg 5}}\right) \cup \left(10^{\sqrt{\lg 5}}; \infty\right)$$

Ответ: $x \in \left(0; 10^{-\sqrt{\lg 5}}\right) \cup \left(10^{\sqrt{\lg 5}}; \infty\right)$