Тренировочная работа №2 С3

Решите неравенство: $\dfrac{\log_2(3x+2)}{\log_3(2x+3)} \le 0$

Сначала ограничения.

$$\begin{cases} 3x+2>0 \\ 2x+3>0 \\ 2x+3\neq 1 \end{cases} \to \begin{cases} x>-\dfrac{2}{3} \\ x>-\dfrac{3}{2} \\ x\neq -1 \end{cases} \to x>-\dfrac{2}{3}$$

Заметим, что при $x>-\dfrac{2}{3}; \to 2x>-\dfrac{4}{3} \to 2x+3>\dfrac{5}{3} \to \log_3(2x+3)>0$

Тогда получаем, что $\log_2(3x+2)\le 0; \to 3x+2\le 1 \to x\le -\dfrac{1}{3}$

С учетом ограничений: $-\dfrac{2}{3}<x\le -\dfrac{1}{3}$

Ответ: $-\dfrac{2}{3}<x\le -\dfrac{1}{3}$

Тренировочная работа №3 С3

Решите неравенство:

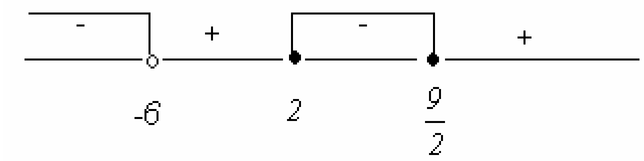
$$\frac{\log_2(2x^2-13x+20)-1}{\log_3(x+7)} \le 0$$

Сначала ограничения.

$$\begin{cases} 2x^2-13x+20>0 \\ x+7>0 \\ x+7\neq 1 \end{cases} \to \begin{cases} x<\dfrac{5}{2}; \quad x>4; \\ x>-7 \\ x\neq -6 \end{cases} \to x\in(-7;-6)\cup\left(-6;\dfrac{5}{2}\right)\cup(4;\infty)$$

Решаем обобщенным методом интервалов.

$\log_2(2x^2-13x+20)=1; \quad 2x^2-13x+18=0; \quad \to \quad x=\dfrac{9}{2};2;$



С учетом ограничений получаем $x\in(-7;-6)\cup\left[2;\dfrac{5}{2}\right)\cup\left(4;\dfrac{9}{2}\right]$

Ответ: $x\in(-7;-6)\cup\left[2;\dfrac{5}{2}\right)\cup\left(4;\dfrac{9}{2}\right]$

Тренировочная работа №4 С3

Решите неравенство:

$$log_{0,1}(x^2+x-2)>log_{0,1}(x+3)$$

Неравенство очень простое, решим его вместе с ограничениями:

$$\begin{cases} x^2+x-2>0 \\ x+3>0 \\ x^2+x-2<x+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<-2; \quad x>1 \\ x>-3 \\ -\sqrt{5}<x<\sqrt{5} \end{cases} \rightarrow x\in(-\sqrt{5};-2)\cup(1;\sqrt{5})$$

Ответ: $x\in(-\sqrt{5};-2)\cup(1;\sqrt{5})$

Тренировочная работа №5 С3

Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{log_2(x^2-1)}>1$$

Получаем $log_2(x^2-1)<0$

$$\begin{cases} x^2-1>0 \\ x^2-1<1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<-1; \quad x>1; \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow x\in(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})$$

Ответ: $x\in(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})$

Тренировочная работа №6 С3

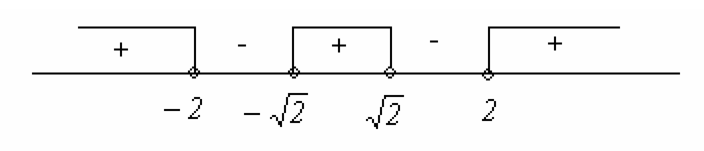
Решите неравенство:

$$\frac{x^2-4}{log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)}<0$$

Преобразуем: $\dfrac{x^2-4}{log_2(x^2-1)}>0$

Сначала ограничения: $\begin{cases} x^2-1>0 \\ x\neq\pm\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<-1; \quad x>1 \\ x\neq\pm\sqrt{2} \end{cases}$

Решаем методом интервалов.



С учетом ограничений получаем $x\in(-\infty;-2)\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(2;\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-2)\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(2;\infty)$

Тренировочная работа №7 С3

Решите неравенство: $log_3((x+2)(x+4))+log_{\frac{1}{3}}(x+2)<\frac{1}{2}log_{\sqrt{3}}7$

Сначала ограничения: $\begin{cases} x+2>0 \\ x+4>0 \end{cases} \rightarrow \quad x>-2$

Теперь преобразуем: $log_3((x+2)(x+4))-log_3(x+2)<log_3 7$

$log_3(x+4)<log_3 7 \quad \rightarrow \quad x+4<7 \quad \rightarrow \quad x<3$

С учетом ограничений $-2<x<3$

Ответ: $-2<x<3$

Тренировочная работа №8 С3

Решите неравенство: $log_2\frac{3x-2}{x-1}+3log_8\frac{(x-1)^3}{3x-2}<1$

Сначала ограничения: $\frac{3x-2}{x-1}>0 \quad \rightarrow \quad x<\frac{2}{3}; x>1;$

Теперь преобразуем: $log_2\frac{3x-2}{x-1}+log_2\frac{(x-1)^3}{3x-2}<1$

$log_2\frac{(3x-2)(x-1)^3}{(x-1)(3x-2)}<1$

$log_2(x-1)^2<1$

Внимание! Вот здесь тонкость – степень можно вынести из логарифма, только учтя знаки, т.е. вот так $2log_2|x-1|<1$. Или не выносить степень вовсе.

$(x-1)^2<2 \quad \rightarrow \quad -\sqrt{2}<x-1<\sqrt{2}$

$1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$

С учетом ограничений $x\in\left(1-\sqrt{2};\frac{2}{3}\right)\cup\left(1;1+\sqrt{2}\right)$

Ответ: $x\in\left(1-\sqrt{2};\frac{2}{3}\right)\cup\left(1;1+\sqrt{2}\right)$

Тренировочная работа №9 С3

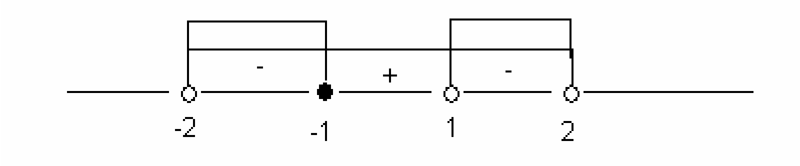
Решите неравенство: $log_{2-x}(x+2)\cdot log_{x+3}(3-x)\le 0$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} x+2>0 \\ 2-x>0 \\ 2-x\ne 1 \\ 3-x>0 \\ x+3>0 \\ x+3\ne 1 \end{cases} \to \begin{cases} x>-2 \\ x<2 \\ x<3 \\ x>-3 \\ x\ne 1 \\ x\ne -2 \end{cases} \to \begin{cases} -2<x<2 \\ x\ne 1 \end{cases}$$

Преобразуем неравенство к виду:

$\dfrac{lg(x+2)lg(3-x)}{lg(2-x)lg(x+3)}\le 0$ и решим методом интервалов с учетом ограничений



Ответ: $x\in(-2;-1]\cup(1;2)$

Тренировочная работа №10 С3

Решите неравенство: $log_{x-2}(36+16x-x^2)-\dfrac{1}{16}log^2(x-18)^2\ge 2$

$$log^2_{x+2}(x-18)^2+32\le 16\,log_{x+2}(36+16x-x^2)$$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} x-18\ne 0 \\ x+2>0 \\ x+2\ne 1 \\ 36+16x-x^2>0 \end{cases} \to \begin{cases} x\ne 18 \\ x>-2 \\ x\ne -1 \\ -2<x<18 \end{cases} \to \quad x\in(-2;-1)\cup(-1;18)$$

Теперь само неравенство:

$$4\,log^2_{x+2}(18-x)+32\le 16\,log_{x+2}(18-x)+16\,log_{x+2}(x+2)$$
$$log^2_{x+2}(18-x)-4\,log_{x+2}(18-x)+4\le 0$$
$$\left(log_{x+2}(18-x)-2\right)^2\le 0$$
$$log_{x+2}(18-x)=2$$
$$18-x=x^2+4x+4$$
$$x^2+5x-14=0$$
$$x=-7;2$$

С учетом ограничений $x=2$

Ответ: $x=2$