

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №1

Часть 1

- В1** Имеется 10 ящиков, каждый из которых весит 1200 кг. Какое наименьшее количество трехтонных грузовиков потребуется для их перевозки?
- В2** На рисунке приведен график движения лифта со второго этажа до шестого этажа. На горизонтальной оси откладывается время движения лифта (в секундах). На вертикальной оси откладываются номера этажей. С помощью этого графика найдите среднюю скорость движения лифта в течение первых 30 секунд. Высота этажа равна 3 метрам. Скорость измеряется в метрах в секунду.



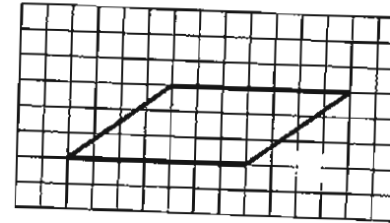
**В3** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{25}\right)^{0,4x-2} = 125$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AC = 1,5$ . Найдите угол  $B$ .

**В5** Семья из 3-х человек (двое взрослых и один ребенок) едет из города в деревню. Расстояние между городом и деревней равно 150 км. Ехать можно на автобусе, или на личном автомобиле. Билет на автобус для взрослого стоит 190 рублей, а билет для ребенка стоит 50% стоимости

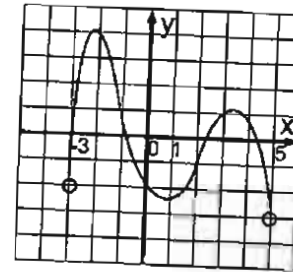
билета для взрослого. Автомобиль расходует 12 литров бензина на 100 км пути. Цена бензина равна 21,5 рублей за 1 литр. Сколько придется заплатить за наиболее дешевую поездку?

- В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см изображен параллелограмм. Найдите синус острого угла этого параллелограмма.



**В7** Вычислите  $\log_6 5 + \log_6 \frac{1}{180}$ .

- В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите сумму всех целых значений аргумента, входящих в область определения этой функции. (Размер клетки 1  $\times$  1).



- В9** Высоту цилиндра, объем которого равен 8,5, уменьшили в 1,5 раза, а радиус основания увеличили в 3 раза. Найдите объем полученного цилиндра.

- В10** Под огород отведен участок земли прямоугольной формы, периметр которого равен 120 метров. Найдите наибольшую возможную площадь такого участка.

**В11** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 2 \cos x - \sin^2 x$  на отрезке  $[0; 2\pi]$ .

**В12** Сколько килограммов соли надо добавить к трем литрам 20%-ного раствора соли, чтобы получить 25%-ный ее раствор?

### Часть 2

**С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y + 2 \sin 2x = 0, \\ 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0. \end{cases}$$

**С2** В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Диагональ большей (по площади) боковой грани равна 20 и составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите угол между плоскостью  $AB_1C$  и плоскостью основания призмы, если  $AC = 6$ .

**С3** Решите неравенство  $\log_{|x-2|}(2 - |x - 1|) < 1$ .

**С4** На стороне  $AC$  угла  $ACB$ , равного  $45^\circ$ , взята точка  $D$  так, что  $CD = AD = 2$ . Найдите радиус окружности, которая проходит через точки  $A$  и  $D$  и касается прямой  $BC$ .

**С5** Найти все значения параметра  $a$ , при которых графики двух функций  $y = 3|x + 1| + |x - 6|$  и  $y = 3|x - 2| + x + a$  пересекаются ровно в двух точках.

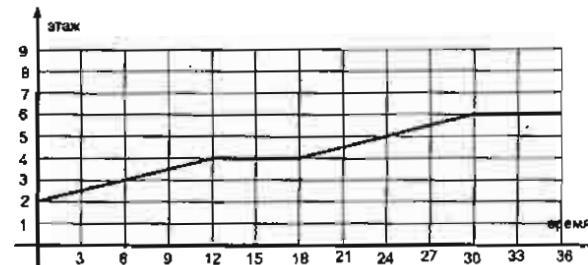
**С6** Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого  $2016!$  делится на  $3^n$ .

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №2

### Часть 1

**В1** Имеется 13 ящиков, каждый из которых весит 900 кг. Какое наименьшее количество грузовиков грузоподъемностью 3,3 т каждый потребуется для их перевозки?

**В2** На рисунке приведен график движения лифта со второго этажа до шестого этажа. На горизонтальной оси откладывается время движения лифта (в секундах). На вертикальной оси откладываются номера этажей. С помощью этого графика найдите скорость движения лифта с 6-ой по 30-ую секунды. Высота этажа равна 3 метрам. Скорость измеряется в метрах в секунду.



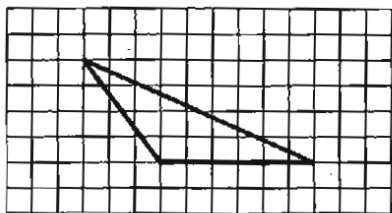
**В3** Решите уравнение  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x+2}{2x-3}} = 9$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\sin A = 0,8$ . Найдите  $BC$ .

**В5** Семья из 3-х человек (двое взрослых и один ребенок) едет из города в деревню. Расстояние между городом и деревней равно 150 км. Ехать можно на автобусе, или на личном автомобиле. Билет на автобус для взрослого стоит 190 рублей, а билет для ребенка стоит 50% стоимости билета для взрослого. Автомобиль расходует 12 литров

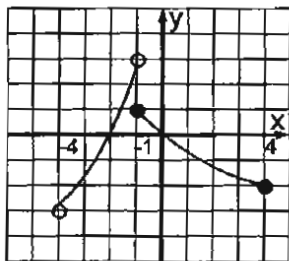
бензина на 100 км пути. Цена бензина равна 21,5 рублей за 1 литр. Предположим, что семья выбирает наиболее дешевый вариант поездки. Сколько рублей семья сэкономит за 10 таких поездок?

- В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображен тупоугольный треугольник. Найдите косинус тупого угла этого треугольника.



- В7** Вычислите  $\log_6 5 - \log_6 30$ .

- В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите сумму всех целых значений аргумента, входящих в область определения этой функции. (Размер клетки 1 × 1).



- В9** Высоту конуса, объем которого равен 15 увеличили в 1,6 раза, а радиус основания увеличили в 1,5 раза. Найдите объем полученного конуса.

- В10** В зоопарке куском веревки длиной 100 метров огородили загон для зверей, имеющий форму прямоугольника. Одной стороной загона является стена павильона. Какую длину должна иметь меньшая сторона этого прямоугольника, чтобы площадь загона была наибольшей.

- В11** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 15 - 3 \cos x + \cos 3x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- В12** Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 граммов 15%-ного раствора. Сколько граммов 10%-ного раствора было взято?

## Часть 2

- С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^y + \operatorname{tg} x = 0, \\ 4 \sin^2 x + 8 \sin x + 3 = 0. \end{cases}$$

- С2** В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ , катет  $AC$  в два раза больше катета  $BC$ . Известно, что плоскость  $AB_1C$  составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Под каким углом диагональ большей (по площади) боковой грани наклонена к плоскости основания?

- С3** Решите неравенство  $\log_{|x-2|}(3 - |x|) < 1$ .

- С4** Окружность  $\omega$  пересекает сторону  $AC$  угла  $ACB$  в точке  $A$  и точке  $D$  – середине отрезка  $AC$ . Кроме того, окружность  $\omega$  касается прямой  $BC$ . Ее радиус равен 10. Найдите длину отрезка  $AC$ , если угол  $ACB$  равен  $45^\circ$ .

- С5** Функция  $|x^2 + 2x| - |x^2 + 3x - 4| - a$  рассматривается на отрезке  $[-5; 5]$ . Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых эта функция принимает только неотрицательные значения.

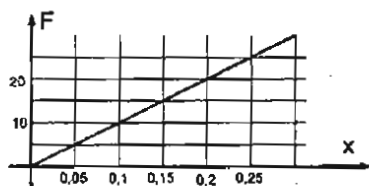
- С6** Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого  $2009!$  делится на  $49^n$ .

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №3

Часть 1

**В1** Пчеловод планировал разлить 50 литров меда по трехлитровым банкам, но в его распоряжении оказались только двухлитровые банки. На сколько больше двухлитровых банок, чем трехлитровых потребуется пчеловоду, чтобы разлить весь мед?

**В2** На рисунке представлен график зависимости величины силы упругости от деформации пружины. Зависимость силы упругости  $F$  от деформации  $x$  выражается формулой  $F = kx$ , где  $k$  – коэффициент жесткости пружины. На горизонтальной оси откладываются значения деформации пружины (в метрах). На вертикальной оси откладываются значения величины силы (в килограммах). Найдите коэффициент жесткости  $k$  пружины.



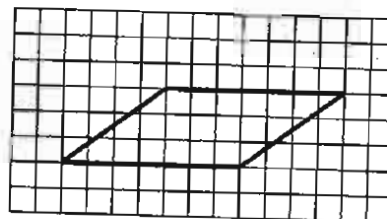
**В3** Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{6}}(1,6x + 36,8) = -2$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $\operatorname{tg} A = 0,75$ . Найдите  $BC$ .

**В5** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  можно проехать по трем различным дорогам. Первая дорога, полностью асфальтированная, имеет длину 500 км. Вторая дорога состоит из двух участков: один участок является полностью асфальтированным и имеет длину 150 км, а второй участок является грунтовой дорогой и имеет длину 250 км. Третья дорога является полностью грунтовой и имеет длину 300 км.

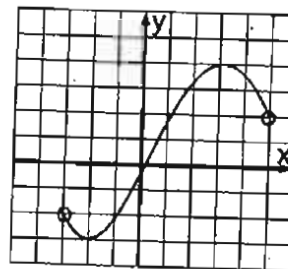
Скорость автомобиля по асфальтированной дороге равна 80 км в час, а по грунтовой – 50 км в час. По какой дороге время поездки будет наибольшим? Найдите это время (в часах).

**В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см изображен параллелограмм. Чему равен квадрат длины меньшей диагонали этого параллелограмма?



**В7** Вычислите  $0,3^{-1 + \log_{0,3} 6}$ .

**В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите сумму всех целых чисел, принадлежащих множеству значений этой функции. (Размер клетки 1  $\times$  1).



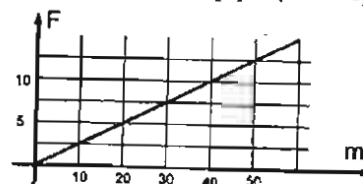
**В9** Сторону основания правильной четырехугольной призмы объем которой равен 15, увеличили в 1,2 раза, а высоту в 1,5 раза. Найдите объем полученной призмы.

**В10** Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону  $h(t) = 40t - 5t^2$  (высота подъема  $h(t)$  измеряется в метрах, а время  $t$  в секундах). Найдите наибольшую высоту подъема тела.

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №4

Часть 1

- В1** Фермер планировал разлить для продажи 315 литров молока по 20-литровым флягам. Однако в его распоряжении оказались только 15-литровые фляги. На сколько больше 15-литровых фляг, чем 20-литровых потребуется фермеру, чтобы разлить все молоко?
- В2** На рисунке представлен график зависимости величины силы трения  $F$  движущегося тела от массы  $m$  этого тела. Зависимость силы трения  $F$  от массы  $m$  выражается формулой  $F = km$ , где  $k$  – коэффициент трения. На горизонтальной оси откладываются значения массы тела. На вертикальной оси откладываются значения величины трения. Найдите коэффициент трения  $k$ .



- В3** Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{2}}(2, 1x + 25, 9) = -2$ .
- В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin B = 0,8$ . Найдите  $\cos A$ .
- В5** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  можно проехать по трем различными дорогам. Первая дорога, полностью асфальтированная, имеет длину 500 км. Вторая дорога состоит из двух участков: один участок является полностью асфальтированным и имеет длину 150 км, а второй участок является грунтовой дорогой и имеет длину 250 км. Третья дорога является полностью грунтовой и имеет длину 300 км. Скорость автомобиля по асфальтированной дороге равна 80 км в час, а по грунтовой – 50 км в час. По какой

**В11** Точка движется прямолинейно по закону  $s(t) = 5 + 6t^2 - \frac{1}{3}t^3$ , где  $s(t)$  – пройденный точкой путь (в метрах) за время  $t$  (в секундах). Найдите наибольшее значение скорости точки.

**В12** Бассейн наполняется водой через две трубы за 12 часов. Одна первая труба заполняет его на 10 часов скорее, чем одна вторая. За сколько времени может заполнить бассейн одна труба с меньшей производительностью?

Часть 2

**С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2y^2 - 2y + \cos 2x + 2 \cos x = 11, \\ \cos x - y = 1. \end{cases}$$

**С2** В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  диагональ основания в 2 раза больше бокового ребра. Найдите угол между плоскостью  $ACB_1$  и боковой гранью  $BB_1 C_1 C$ .

**С3** Решите неравенство  $\log_{|3x+5|}(3x^2 + 8x + 9) > 2$ .

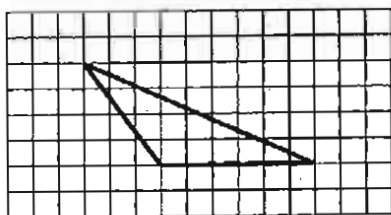
**С4** Две окружности имеют ровно одну общую точку. К первой из них проведена касательная, проходящая через центр второй окружности. Известно, что расстояние от точки касания до центра второй окружности равно половине расстояния между центрами окружностей. Найдите радиус первой окружности, если радиус второй равен 10.

**С5** Найти все значения параметра  $a$ , при которых точки графика функции  $y = 2|x + 2| + 2|x - 4|$  для  $x$  из интервала  $(-4; -2)$  лежат ниже точек графика функции  $y = 4|x - 2| - x + a$ , а для  $x$  из интервала  $(0; 2)$  – выше.

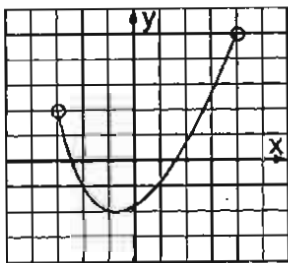
**С6** Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого  $2017!$  делится на  $6^n$ .

дороге время поездки будет наименьшим? Найдите это время (в часах).

- В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображен тупоугольный треугольник. Чему равен квадрат длины большей стороны этого треугольника?



- В7** Вычислите  $\lg(100 \cdot \sqrt{0,1})$ .
- В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите сумму всех целых чисел, принадлежащих множеству значений этой функции. (Размер клетки  $1 \times 1$ ).



- В9** Сторону основания правильной четырехугольной пирамиды, объем которой 24, увеличили в 1,4 раза, а высоту уменьшили в 1,2 раза. Найдите объем полученной пирамиды.
- В10** Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону  $h(t) = 40t - 5t^2$  (высота подъема  $h(t)$  измеряется в метрах, а время  $t$  в секундах). В течении какого времени тело находилось на высоте выше 35 метров.

- В11** Точка движется прямолинейно по закону  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 - 2t^2 + 5t$ , где  $s(t)$  – пройденный точкой путь (в метрах) за время  $t$  (в секундах). Найдите наименьшее значение скорости точки.

- В12** Две машинистки вместе напечатали 65 страниц, причем первая работала на один час больше второй. Так как вторая машинистка печатает в час на две странички больше первой, то она напечатала на 5 страниц больше. Сколько страниц в час печатает вторая машинистка?

## Часть 2

- С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos 2x - 2y^2 + 2y = 1, \\ \cos x - 2y = -3. \end{cases}$$

- С2** Грани  $ABC$  и  $ADC$  тетраэдра  $ABCD$  перпендикулярны и являются равнобедренными треугольниками с общим основанием  $AC$ . Точки  $E$  и  $F$  – середины ребер  $AD$  и  $CD$  соответственно. Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $FBE$ , если известно, что площадь треугольника  $ABC$  в 3 раза меньше площади треугольника  $FBE$ .

- С3** Решите неравенство  $\log_{|x+4|}(x^2 - x - 4) \geq 1$ .

- С4** В выпуклом четырехугольнике диагонали взаимно перпендикулярны. Серединные перпендикуляры к трем сторонам этого четырехугольника проходят через одну точку. Известно, что три стороны четырехугольника равны 2, 3, 4. Найдите четвертую сторону четырехугольника.

- С5** Найти все значения параметра  $a$ , для которых интервал  $(-2; -1)$  будет решением неравенства  $2x + 2|x - a| + |x - 1| < 3$ .

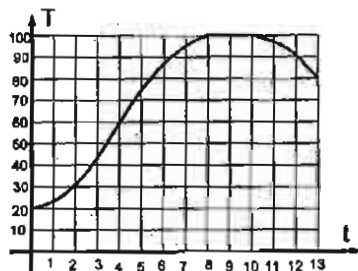
- С6** Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого  $2011!$  делится на  $15^n$ .

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №5

Часть 1

**В1** Книга-двухтомник стоит 360 рублей, при этом первый том дешевле второго на 20%. Сколько рублей стоит первый том?

**В2** На рисунке представлен график зависимости температуры  $T$  воды в чайнике от времени  $t$ . На горизонтальной оси откладывается время (в минутах). На вертикальной оси откладываются значения температуры воды в чайнике (в градусах по Цельсию). Сколько минут кипел чайник?

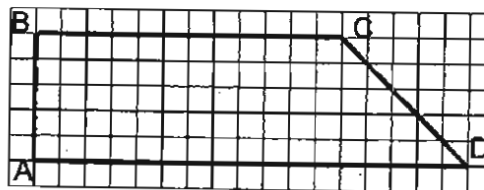


**В3** Решите уравнение  $\sqrt{x+16} = x-4$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота треугольника,  $\cos A = 0,8$ ;  $BC = 3$ . Найдите  $AH$ .

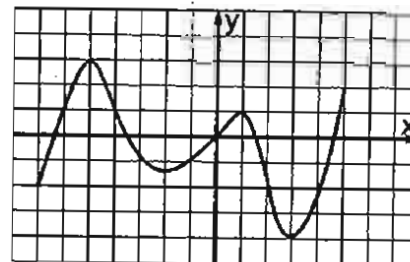
**В5** Для строительства гаража можно использовать один из двух видов фундамента: каменный, или бетонный. Для бетонного фундамента надо 5 тонн щебня и 50 мешков цемента, для каменного – 7 тонн природного камня и 8 мешков цемента. Тонна камня стоит 1600 рублей, тонна щебня – 700 рублей, мешок цемента – 200 рублей. Укажите наименьшую стоимость материала, необходимого для построения фундамента гаража.

**В6** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$  изображена прямоугольная трапеция  $ABCD$ . Найдите радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ .



**В7** Вычислите  $\log_{\sqrt{10}/4}(\ln \sqrt[8]{e^5})$ .

**В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите наибольшую длину отрезка, на котором функция монотонна. (Размер клетки  $1 \times 1$ ).



**В9** Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды 240, сторона основания 12, высота 8. Найдите высоту боковой грани пирамиды.

**В10** Температура остывающего электрического чайника описывается формулой  $T(t) = 20 + 80 \cdot 2^{-0,2t}$  (температура  $T(t)$  измеряется в градусах, а  $t$  – время, прошедшее с момента отключения чайника, измеряется в минутах). Сколько минут температура чайника будет не меньше 60 градусов.

**В11** Дана функция  $f(x) = x^2(2x-3) - 12(3x-2)$ . Найдите ее наибольшее значение на отрезке  $[-3; 6]$ .

- B12** Две колбы заполнены раствором соли. Объем первой колбы на 35% больше объема второй, концентрация раствора в первой колбе на 35% меньше, чем во второй. На сколько процентов меньше содержится соли в первой колбе, чем во второй?

### Часть 2

- C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos y \cdot \sqrt{2 \sin x + 1} = 0, \\ 4 \cos^2 y + 2 \cos 2x + 1 = 0. \end{cases}$$

- C2** Грани  $ABC$  и  $ADC$  тетраэдра  $ABCD$  перпендикулярны и являются равнобедренными треугольниками с общим основанием  $AC$ . Точки  $E$  и  $F$  – середины ребер  $AD$  и  $CD$  соответственно. Известно, что плоскость  $FBE$  составляет угол  $45^\circ$  с плоскостью основания. Найдите площадь сечения  $FBE$ , если площадь основания равна  $6\sqrt{2}$ .

- C3** Решите неравенство  $\log_{\sqrt{x-3}} \left( \frac{x-10}{x^2-6x+5} \right) + 3 \leq 0$ .

- C4** В некоторый угол вписана окружность радиуса 6, а длина хорды, соединяющей точки касания, равна 8. Параллельно этой хорде проведены две касательные к окружности, в результате чего получилась трапеция. Найдите площадь этой трапеции.

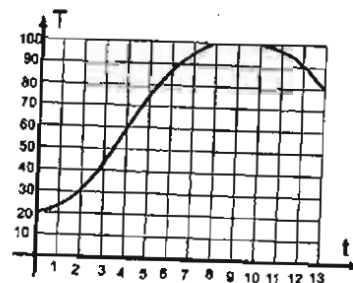
- C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство  $3 - |x - a| > x^2$  имеет хотя бы одно отрицательное решение.

- C6** Найдите все простые числа  $k$ , для которых число 2009! делится на  $k^k$ .

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №6

### Часть 1

- B1** Костюм, состоящий из пиджака и брюк, стоит 5400 рублей, причем пиджак на 25% дороже, чем брюки. Сколько рублей стоит пиджак?
- B2** На рисунке представлен график зависимости температуры  $T$  воды в чайнике от времени  $t$ . На горизонтальной оси откладывается время (в секундах). На вертикальной оси откладываются значения температуры воды в чайнике (в градусах по Цельсию). Сколько минут остывала вода в чайнике?



- B3** Найдите корень уравнения  $\sqrt{3-2x} = -x$ .
- B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота треугольника,  $AH = 3, 2$ ;  $BC = 3$ . Найдите  $\sin A$ .
- B5** Для строительства гаража можно использовать один из двух видов фундамента: каменный, или бетонный. Для бетонного фундамента надо 5 тонн щебня и 50 мешков цемента, для каменного – 7 тонн природного камня и 8 мешков цемента. Тонна камня стоит 1600 рублей, тонна щебня – 700 рублей, мешок цемента – 200 рублей. На сколько рублей стоимость материала для построения фундамента в дорогом варианте больше, чем в дешевом?

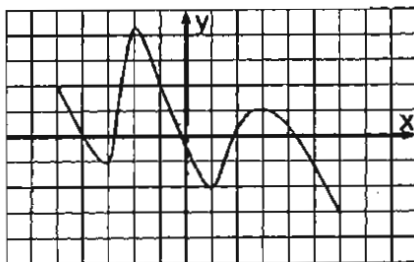


- В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена прямоугольная трапеция ABCD. Найдите площадь треугольника ACD.



**В7** Вычислите  $\log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{1/3}}$ .

- В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите наименьшую длину отрезка, на котором функция монотонна. (Размер клетки 1 × 1).



- В9** Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды равна 288, высота боковой грани 8. Найдите высоту пирамиды.
- В10** Температура остывающего электрического чайника описывается формулой  $T(t) = 20 + 80 \cdot 2^{-0,2t}$  (температура  $T(t)$  измеряется в градусах, а  $t$  – время, прошедшее с момента отключения чайника, измеряется в минутах). Сколько минут температура чайника будет не меньше 60 градусов. Сколько минут температура чайника будет в пределах от 40 до 60 градусов.

- В11** Дана функция  $f(x) = 12(3x - 2) + x^2(3 - 2x)$ . Найдите ее наименьшее значение на отрезке  $[-3; 4]$ .

- В12** Два завода по плану должны были выпустить за месяц 720 станков. Первый завод перевыполнил план на 48 станков, второй – на 10%, и вместе они выпустили за месяц 800 станков. На сколько процентов перевыполнил план первый завод?

## Часть 2

- С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos y \sqrt{4 \sin x + 1} = 0, \\ 6 \cos 2x + \cos 2y + 2 \sin x = 3. \end{cases}$$

- С2** Основанием пирамиды служит квадрат, две боковые грани этой пирамиды перпендикулярны к плоскости ее основания, две другие ее боковые грани образуют с плоскостью основания равные двугранные углы, каждый из которых равен  $30^\circ$ . Высота пирамиды равна  $\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- С3** Решите неравенство  $\log_{\sqrt{x-2}} \left( \frac{x-8}{x^2-4x+3} \right) + 3 \leq 0$ .

- С4** В угол, равный  $\arccos(-1/9)$ , вписана окружность радиуса 3. Параллельно хорде, соединяющей точки касания, проведены две касательные к окружности, в результате чего получилась трапеция. Найдите площадь этой трапеции.

- С5** Найти все такие значения параметра  $a$ , для которых уравнение  $2x - |2x - |x + a|| = 3|x - 2|$  имеет ровно два корня.

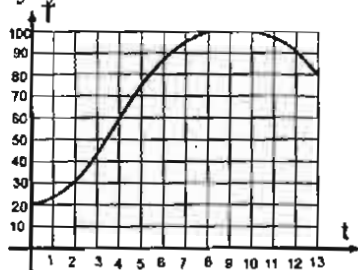
- С6** Найдите все простые числа  $k$ , для которых число  $2009!$  делится на  $k^{k+1}$ .

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №7

Часть 1

**В1** Первой бригаде надо было вспахать 25 га пашни, второй – 21 га. Производительность труда второй бригады на 30% меньше, чем у первой. Во сколько раз (по времени) одна бригада будет работать больше, чем другая?

**В2** На рисунке представлен график зависимости температуры  $T$  воды в чайнике от времени  $t$ . На горизонтальной оси откладывается время (в секундах). На вертикальной оси откладываются значения температуры воды в чайнике (в градусах по Цельсию). На сколько градусов повысилась температура воды в чайнике в период со 2-ой по 4-ую минуту?



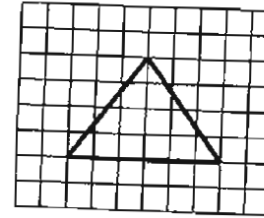
**В3** Пусть  $(x_0; y_0)$  – решение системы 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0,7 \\ 5\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 0,4 \end{cases}$$
 Найдите сумму  $x_0 + y_0$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота треугольника,  $AH = 3, 2$ ;  $\cos A = 0, 8$ . Найдите  $BC$ .

**В5** Автомобилист заправил машину бензином и заплатил за заправку 500 рублей. Стоимость 1 литра бензина равна 21,5 рублей. Известно, что при движении машины по городу расход бензина составляет 12 литров на 100 км, а по загородному шоссе – 9 литров на 100 км. Автомобилист проехал по загородному шоссе 120 км и по городу

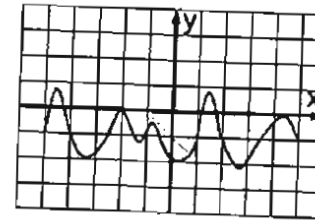
– 70 км. Сколько литров бензина осталось в баке после поездки. Ответ округлите до целого числа.

**В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см изображен равнобедренный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной вокруг этого треугольника.



**В7** Вычислите  $64^{\log_4 5} + 10^{1-\lg 2}$ .

**В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; 5]$ . Найдите число экстремумов функции. (Размер клетки 1  $\times$  1).



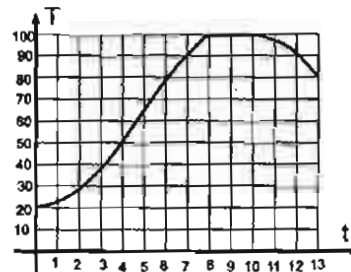
**В9** Площадь боковой поверхности правильной шестиугольной пирамиды равна 468, сторона основания 12, высота боковой грани 13. Найдите высоту пирамиды.

**В10** Для вычисления тормозного пути автомобиля используют формулу  $S = \frac{v^2 + 30v}{108}$ , где  $S$  – длина тормозного пути (в метрах),  $v$  – скорость автомобиля перед началом торможения (выраженная в км/час). С какой наибольшей скоростью может ехать автомобиль, чтобы тормозной путь не превышал 50 метров.

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №8

Часть 1

- B1** Андрею надо перебрать 12,5 кг грибов, Борису – 7 кг. Скорость, с которой трудится Андрей, в 2 раза больше скорости Бориса. Во сколько раз время работы одного мальчика больше, чем время второго?
- B2** На рисунке представлен график зависимости температуры  $T$  воды в чайнике от времени  $t$ . На горизонтальной оси откладывается время (в секундах). На вертикальной оси откладываются значения температуры воды в чайнике (в градусах по Цельсию). В течении какого промежутка времени (в минутах) температура воды в чайнике была не меньше 90 градусов по Цельсию?



- B3** Пусть  $(x_0; y_0)$  – решение системы  $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 1,3 \\ 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0,6 \end{cases}$ .  
Найдите разность  $x_0 - y_0$ .
- B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота треугольника,  $\sin A = 0,6$ ;  $BC = 3$ ;  $AH = 3,2$ . Найдите  $AB$ .
- B5** Автомобилист заправил машину бензином и заплатил за заправку 500 рублей. Стоимость 1 литра бензина равна 21,5 рублей. Известно, что при движении машины по городу расход бензина составляет 12 литров на 100 км, а по

**B11** При каких значениях  $a > 0$  точка  $x = 3$  является точкой минимума функции  $f(x) = 2x^3 - 6a^2x + 3$ ?

**B12** Сельскохозяйственный кооператив имеет два поля прямоугольной формы. Длина второго поля в полтора раза больше, а ширина – на 20% меньше, чем у первого. Известно, что урожайность второго поля составляет 90% урожайности первого. На сколько процентов урожай на втором поле больше чем на первом?

Часть 2

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2\sin^2 y - \sin y - 1 = 0, \\ \sqrt{x-2} = 2\cos y. \end{cases}$$

**C2** Известно, что основания  $ABCD$  и  $CDEF$  двух правильных четырехугольных пирамид  $ABCDG$  и  $CDEFH$  лежат в одной плоскости и имеют общую сторону  $CD$ . Вершины  $G$  и  $H$  этих пирамид лежат по одну сторону относительно плоскости оснований. Найдите расстояние между точками  $G$  и  $H$ , если известно, что  $AB = HF = 7$ .

**C3** Решите неравенство  $\sqrt{5\log_2 x - 4} + \sqrt{6\log_4 x + 1} < 3$ .

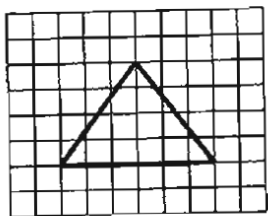
**C4** В треугольнике  $ABC$  вписана окружность. Касательная к окружности, параллельная стороне  $AC$ , пересекает стороны  $BA$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Отрезок  $MN$  равен 12. Найдите сторону  $AC$ , если периметр треугольника равен 100.

**C5** Найдите все такие значения параметра  $a$ , для которых наименьшее значение функции  $y = |x-1| + |x-2| + |x-a| - 3$  будет положительным.

**C6** Найдите наименьшее простое число  $k$ , для которого 2008! не делится нацело на  $k^k$ .

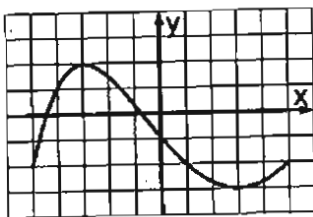
загородному шоссе – 9 литров на 100 км. Автомобилист проехал по загородному шоссе 120 км и по городу – 70 км. Сколько километров по городу сможет проехать автомобилист на оставшемся в баке бензине. Ответ округлите до целого числа.

- В6** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображен равнобедренный треугольник. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



- В7** Вычислите  $(5 + 8^{\log_2 3})^{\log_{32} 7}$ .

- В8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[-5; 5]$ . Найдите расстояние между точками экстремума этой функции. (Размер клетки 1 × 1).



- В9** Найдите сторону основания правильной треугольной пирамиды, если боковое ребро и высота пирамиды соответственно равны 10 и  $\sqrt{52}$ .

- В10** Для вычисления тормозного пути железнодорожного состава используют формулу  $S = \frac{v^2 + 50v}{14}$ , где  $S$  – длина тормозного пути (в метрах),  $v$  – скорость состава перед началом торможения (выраженная в км/час). С какой

наибольшей скоростью может ехать железнодорожный состав, чтобы тормозной путь не превышал 600 метров.

- В11** При каких значениях  $p$  точка  $x = -3$  является точкой максимума функции  $f(x) = x^3 + px^2 + 3x - 1$ ?
- В12** Территория второй страны на 30% больше территории первой, при этом ее средняя плотность населения на 10% меньше первой. На сколько процентов численность населения второй страны больше, чем у первой?

## Часть 2

- С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2 \sin^2 x + \sin x = 0, \\ \sqrt{y+5} + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0. \end{cases}$$

- С2** Диагональ основания правильной четырехугольной призмы равна  $5\sqrt{2}$ , а диагональ призмы наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь сечения призмы, проходящего через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

- С3** Решите неравенство  $\sqrt{3 \log_2 x - 4} + \sqrt{5 \log_2 x - 2} < 3\sqrt{2}$ .

- С4** Через точку  $K$ , расположенную на диаметре окружности радиуса 76, проведена хорда  $AB$ , образующая с этим диаметром угол  $30^\circ$ . Найдите длину хорды  $AB$ , если  $AK : KB = 2 : 3$ .

- С5** Найти все такие значения параметра  $a$ , что наименьшее значение функции  $y = |x^2 - (1+a)x + a| + (a-1)|x+1|$  меньше  $-2$  и больше  $-15$ .

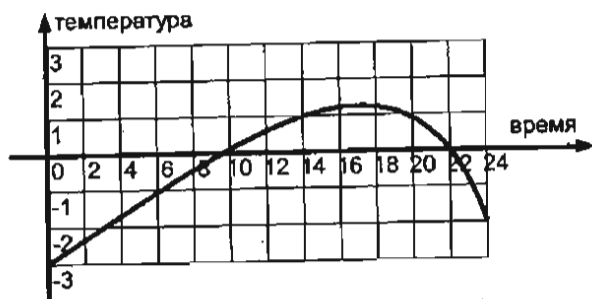
- С6** Найдите наименьшее простое число  $k$ , для которого  $2008!$  не делится нацело на  $k^{k+1}$ .

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №9

Часть 1

**В1** В течение пяти часов поезд двигался со средней скоростью 60 км/ч, а затем в течение четырех часов со средней скоростью 15 км/ч. Найдите среднюю скорость поезда за все время движения.

**В2** На рисунке показан график изменения температуры воздуха в течении суток. На горизонтальной оси откладывается время суток в часах. На вертикальной оси откладывается температура воздуха в градусах по Цельсию. Сколько времени (в часах) температура воздуха была не выше 0 градусов по Цельсию?



**В3** Найдите наименьший неотрицательный корень уравнения (в градусной мере) уравнения  $\sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  равна 3,  $AB = BC$ ,  $\cos C = 0,8$ . Найдите  $AC$ .

**В5** Магазины нужно закупить 500 кассет яиц (в кассете 30 яиц). У него есть 3 поставщика-птицефермы. Стоимость 1 десятка яиц на 1-ой ферме – 8 рублей, на 2-ой – 8,5 рублей, на 3-ей – 9 рублей. Первая ферма находится на расстоянии 150 км от города, вторая – 100 км, третья – 80

км. Известно, что на 100 км пути расходуется 15 литров бензина стоимостью по 20 рублей за 1 литр. Стоимость закупки партии яиц состоит из стоимости самих яиц и стоимости доставки. Сколько рублей придется заплатить магазину за самую дешевую закупку яиц?

**В6** В окружность радиуса  $R$  вписан правильный треугольник и правильный четырехугольник. Найдите отношение квадрата стороны этого треугольника к квадрату стороны этого четырехугольника.

**В7** Вычислите  $\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ \sin 70^\circ}$ .

**В8** Зависимость температуры тела  $T$  от времени  $t$  задается соотношением  $T(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 3t + 5$ . Найдите скорость нагревания тела в момент времени  $t = 4$ .

**В9** Объем цилиндра равен  $44 \text{ м}^3$ . У конуса высота в 12 раз больше высоты цилиндра, а радиус основания – в 2 раза меньше радиуса основания цилиндра. Найдите объем конуса, ответ дайте в кубических метрах.

**В10** Изменение массы радиоактивного вещества происходит по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m(t)$  – масса вещества в момент времени  $t$ ,  $m_0$  – масса вещества в начальный момент времени,  $T$  – период полураспада. К началу радиоактивного распада имелось 3 грамма полония-218. Через сколько минут останется 0,375 граммов полония-218, если его период полураспада равен 3 мин.

**В11** Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции  $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 18x^2 + 15$  на отрезке  $[-3; 1]$ .

**В12** Теплоход проплыл 9 км по озеру и 20 км по течению реки за один час. Найдите скорость теплохода при движении по озеру, если скорость течения реки 3 км/ч.

## Часть 2

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(xy) + y + 2 = 0, \\ 3^{2+y} + 17 = \frac{18}{xy} \end{cases}$$

**C2** Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция, большее основание которой равно 24, а боковая сторона равна 15. Основание высоты пирамиды, равной 8, лежит в центре окружности, вписанной в основание пирамиды. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**C3** Решите неравенство

$$\sqrt{\log_2^2 x + 3 \log_2 x + 2} - \sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x - 2} < 1.$$

**C4** Через вершину угла  $A$  проведена окружность, пересекающая стороны угла в точках  $M$  и  $N$ . Биссектриса угла  $A$  пересекает окружность в точке  $P$ . Найдите радиус этой окружности, если  $AM = 1$ ,  $AN = 2$  и  $AP = 4$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых решение системы неравенств

$$\begin{cases} x + 2y \geq a, \\ y - x \geq 2a \end{cases}$$

будет также решением неравенства  $2y - x > a + 3$ .

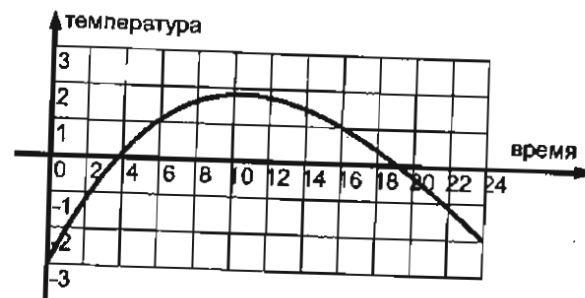
**C6** Может ли дискриминант квадратного трехчлена с целыми коэффициентами быть равным 20092007?

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №10

### Часть 1

**B1** Самолет пролетел расстояние от  $A$  до  $B$  со средней скоростью 800 км/ч за 2 часа, а обратно из пункта  $B$  в  $A$  со средней скоростью 533 км/ч за 3 часа. Какова средняя скорость полета на всем пути?

**B2** На рисунке показан график изменения температуры воздуха в течении суток. На горизонтальной оси откладывается время суток в часах. На вертикальной оси откладывается температура воздуха в градусах по Цельсию. Сколько времени (в часах) температура воздуха была не ниже 1 градуса по Цельсию?



**B3** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения (в градусной мере)  $6 \cos^2 x + 11 \cos x + 4 = 0$ .

**B4** В треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  равна 3,  $AB = BC$ ,  $AC = 5$ . Найдите  $\cos C$ .

**B5** Магазины нужно закупить 500 кассет яиц (в кассете 30 яиц). У него есть 3 поставщика-птицефермы. Стоимость 1 десятка яиц на 1-ой ферме – 8 рублей, на 2-ой – 8,5 рублей, на 30-ей – 9 рублей. Первая ферма находится на расстоянии 150 км от города, вторая – 100 км, третья – 80

км. Известно, что на 100 км пути расходуется 15 литров бензина стоимостью по 20 рублей за 1 литр. Стоимость закупки партии яиц состоит из стоимости самих яиц и стоимости доставки. Найдите разность между самой дорогой и самой дешевой закупкой партии яиц.

**В6** Около окружности радиуса  $R$  описаны правильный треугольник и правильный четырехугольник. Найдите отношение квадрата стороны этого треугольника к квадрату стороны этого четырехугольника.

**В7** Найдите значение выражения  $2 - \frac{\sin \frac{8}{3}\pi}{\operatorname{tg} \frac{4}{3}\pi}$ .

**В8** Материальная точка движется по координатной оси  $Ox$  так, что в момент времени  $t$  ее координата  $x(t)$  может быть вычислена по формуле  $t^3 - e^{4-t}$ . Найдите скорость движения точки в момент времени  $t = 4$ .

**В9** Одно из измерений прямоугольного параллелепипеда в 3 раза больше ребра куба, а два других – в 2 раза меньше ребра куба. Известно, что объем куба равен  $40 \text{ м}^3$ . Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, ответ дайте в кубических метрах.

**В10** Изменение массы радиоактивного вещества происходит по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m(t)$  – масса вещества в момент времени  $t$ ,  $m_0$  – масса вещества в начальный момент времени,  $T$  – период полураспада. При радиоактивном распаде вещества через 20 минут осталось  $\frac{1}{16}$  от его первоначальной массы. Найдите период полураспада вещества.

**В11** Найдите разность между наименьшим и наибольшим значениями функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - x^2 + 1$  на отрезке  $[-3; 1]$ .

**В12** Катер отошел от причала одновременно с плотом и пошел вниз по реке 14 км. Не делая остановки, он развер-

нулся и пошел вверх по реке. Пройдя 10 км, он встретился с плотом. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки 4 км/ч?

## Часть 2

**С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^y \cdot 9^x = 81, \\ \lg(x+y)^2 - \lg x = 2 \lg 3 \end{cases}$$

**С2** Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция, большее основание которой равно 24, боковая сторона – 15. Высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание. Найдите объем пирамиды, если боковая поверхность пирамиды равна 300.

**С3** Решите неравенство

$$\sqrt{\log_2^2 x + 4 \log_2 x + 3} - \sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x - 2} < 1.$$

**С4** Окружность, диаметр которой равен  $\sqrt{10}$ , проходит через соседние вершины  $A$  и  $B$  прямоугольника  $ABCD$ . Длина касательной, проведенной из точки  $C$  к окружности, равна 3,  $AB = 12$ . Найдите длину  $BC$ .

**С5** Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых существует только одно значение  $x$ , удовлетворяющее системе уравнений

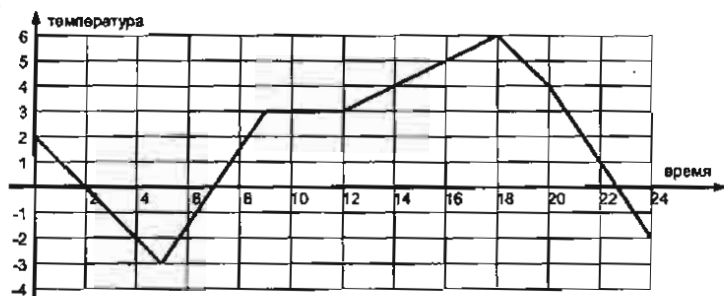
$$\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0. \end{cases}$$

**С6** Существует ли квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, дискриминант которого равен 200920102011?

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №11

Часть 1

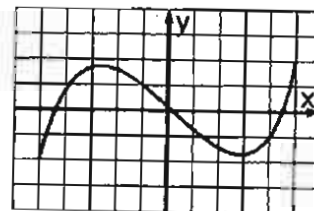
- B1** В 2008 году квартплата составляла 1800 рублей в месяц. Какой стала квартплата в 2009 году после ее увеличения на 35%?
- B2** На рисунке показан график изменения температуры воздуха в течении суток. На горизонтальной оси откладывается время суток в часах. На вертикальной оси откладывается температура воздуха в градусах по Цельсию. Укажите наибольшее значение температуры воздуха в период с 1 часа ночи по 4 часа дня?



- B3** Найдите наибольшее целое число, принадлежащее множеству решений неравенства  $2^{x^2-3} < 2^{5x+3}$ .
- B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$  и  $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . На продолжении катета  $CA$  взята точка  $D$  так, что вершина  $A$  лежит между точками  $C$  и  $D$ . Найдите  $\sin \angle BAD$ .
- B5** Колхоз арендовал 2 экскаватора. Аренда первого экскаватора стоит 6000 рублей в день, а его производительность равна  $250 \text{ м}^3$  в день для мягкого грунта и  $-150 \text{ м}^3$  в день для твердого грунта. Аренда второго экскаватора

стоит 5000 рублей в день, а его производительность равна  $180 \text{ м}^3$  в день для мягкого грунта и  $-100 \text{ м}^3$  в день для твердого грунта. Первый экскаватор должен выкопать  $750 \text{ м}^3$  мягкого грунта и  $900 \text{ м}^3$  твердого грунта; второй –  $720 \text{ м}^3$  мягкого грунта и  $600 \text{ м}^3$  твердого грунта. Сколько рублей заплатил колхоз за аренду этих двух экскаваторов.

- B6** Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты  $(0; 0)$ ,  $(2; 8)$ ,  $(8; 8)$  и  $(12; 0)$ .
- B7** Найдите значение выражения  $\frac{16 - c^{-2}}{c^{-1} + 4}$  при  $c = 8$ .
- B8** На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . К графику этой функции проведена касательная прямая в точке с абсциссой  $x = 4$ . Найдите угол наклона этой касательной прямой (в градусной мере).



- B9** Конус и полушар имеют общее основание и равные высоты. Известно, что объем полушара равен  $240 \text{ м}^3$ . Найдите объем конуса, ответ дайте в кубических метрах.
- B10** Коэффициент  $D$  звукоизоляции стены вычисляется по формуле  $D = 20 \cdot \lg\left(\frac{p_0}{p}\right)$ , где  $p_0$  – давление звука до поглощения,  $p$  – давление звука, прошедшего через стену. Пусть коэффициент звукоизоляции равен 20. Во сколько раз стена снизит давление звука.
- B11** Дана функция  $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 2ax - 1$ . При каком наибольшем целом значении  $a$  эта функция является возрастающей на всей числовой прямой?



- В12** Первый турист преодолевает расстояние 20 км на 2,5 часа быстрее, чем второй. Если бы первый турист уменьшил свою скорость на 2 км/ч, второй увеличил бы свою скорость в полтора раза, то они затратили бы на тот же путь одинаковое время. Найдите первоначальную скорость второго туриста.

### Часть 2

- С1** Решите систему уравнений

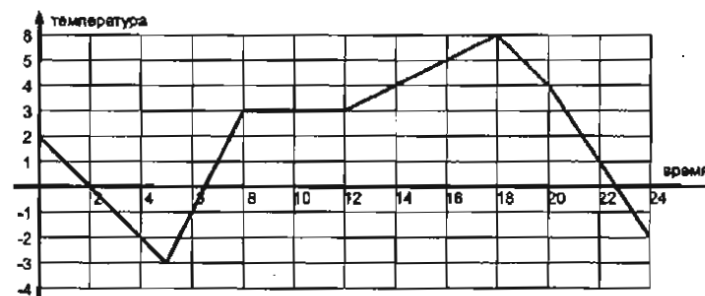
$$\begin{cases} \log_x 36 + 2y = 2, \\ -\left(\log_x \frac{1}{6}\right)^3 + y = 1 \end{cases}$$

- С2** Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48, а угол между этой диагональю и осью цилиндра равен  $60^\circ$ . Найдите полную поверхность цилиндра (считайте, что  $\pi = 3$ )
- С3** Решите неравенство  $\log_x(x^3 - 1) \cdot \log_{x-1} x < 3$ .
- С4** Около прямоугольного треугольника  $ABC$  описана окружность. Точки  $M$  и  $N$  – середины дуг  $AC$  и  $BC$ . Точка  $F$  – середина дуги  $AB$ , не содержащей точки  $C$ . Найдите площадь четырехугольника  $FAMN$ , если катеты  $AC = 5$ ,  $BC = 12$ .
- С5** Найдите наименьшее значение выражения  $z = x + \sqrt{3}y$  на точках множества, являющегося решением неравенства  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
- С6** Найдите все приведенные квадратные трехчлены (то есть квадратные трехчлены со старшим коэффициентом 1) с целыми коэффициентами и имеющие целые корни, если известно, что сумма коэффициентов каждого из этих многочленов равна 29.

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №12

### Часть 1

- В1** Первоначальная цена на фрукты летом была снижена на 30%, а зимой повышена на 40%. На сколько процентов изменилась цена фруктов по сравнению с первоначальной ценой?
- В2** На рисунке показан график изменения температуры воздуха в течении суток. На горизонтальной оси откладывается время суток в часах. На вертикальной оси откладывается температура воздуха в градусах по Цельсию. Укажите наибольший промежуток времени, в течении которого температура воздуха не менялась.



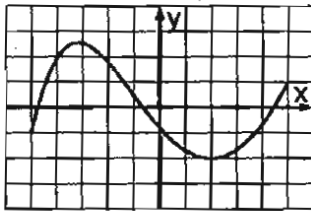
- В3** Найдите наибольшее целое число, принадлежащее множеству решений неравенства  $9^x + 3^x - 12 < 0$ .
- В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ . На продолжении катета  $CA$  взята точка  $D$  так, что вершина  $A$  лежит между точками  $C$  и  $D$ . Известно, что  $\sin \angle BAD = \frac{1}{2}$ . Найдите  $\cos B$ .
- В5** Колхоз арендовал 2 экскаватора. Аренда первого экскаватора стоит 6000 рублей в день, а его производительность равна  $250 \text{ м}^3$  в день для мягкого грунта и  $-150 \text{ м}^3$

в день для твердого грунта. Аренда второго экскаватора стоит 5000 рублей в день, а его производительность равна  $180 \text{ м}^3$  в день для мягкого грунта и  $-100 \text{ м}^3$  в день для твердого грунта. Первый экскаватор должен выкопать  $750 \text{ м}^3$  мягкого грунта и  $900 \text{ м}^3$  твердого грунта; второй  $-720 \text{ м}^3$  мягкого грунта и  $600 \text{ м}^3$  твердого грунта. На сколько рублей стоимость аренды первого экскаватора больше, чем второго?

**В6** На координатной плоскости размещены точки  $A(0;0)$ ,  $B(5;4)$  и  $C(7;2)$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

**В7** Вычислите  $\frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{\sqrt{5}}{5-2\sqrt{5}}$ .

**В8** На рисунке изображен график производной функции  $y = f(x)$ . Найдите абсциссу  $x_0$  точки графика этой функции, обладающей следующим свойством: угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ , равен  $-2$ .



**В9** Полушар и цилиндр имеют общее основание и равные высоты. Известно, что объем цилиндра равен  $144 \text{ м}^3$ . Найдите объем полушара, ответ дайте в кубических метрах.

**В10** Коэффициент  $D$  звукоизоляции стены вычисляется по формуле  $D = 20 \cdot \lg\left(\frac{p_0}{p}\right)$ , где  $p_0$  — давление звука до поглощения,  $p$  — давление звука, прошедшего через стену. Пусть коэффициент звукоизоляции равен 30, а давление

звука до поглощения равно  $\sqrt{10^5}$ . Найдите давление звука, прошедшего через стену.

**В11** При каком наибольшем натуральном значении  $a$  функция  $f(x) = -4x^3 + 2ax^2 - 2,5ax - 4$  убывает на всей числовой прямой?

**В12** Поезд должен был пройти 840 км за определенное время. На середине пути поезд был задержан у семафора на 0,5 часа и для того, чтобы прибыть к месту назначения в срок, увеличил скорость на 2 км/ч. Сколько времени поезд находился в пути?

## Часть 2

**С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{1+2\log_3(y-x)} = 48, \\ 2\log_5(2y-x-12) - \log_5(y-x) = \log_5(x+y) \end{cases}$$

**С2** Через вершину конуса и хорду, стягивающую дугу в  $120^\circ$ , проведено сечение, составляющее с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите площадь сечения, если радиус основания равен  $4\sqrt{3}$ .

**С3** Решите неравенство  $\log_x(5x^2) \cdot \log_5^2 x > 1$ .

**С4** Окружность радиуса 6 касается прямых  $AB$  и  $BC$  в точках  $A$  и  $C$  соответственно и пересекает медиану  $BD$  треугольника  $ABC$  в точке  $M$ , так что  $BM = \frac{5}{9}BD$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

**С5** Найти все значения параметра  $a$ , при которых площадь фигуры  $|x-y| + 2|y| < a$  будет больше 4.

**С6** Найдите все натуральные  $n$ , такие, что десятичная запись числа  $n!$  ( $n$ -факториал) оканчивается на 2008 нулей.

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №13

Часть 1

**В1** Вклад, внесенный в банк 2 года назад, составляет 1312,5 тысяч рублей. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых?

**В2** На диаграмме показано, как проходит прием абитуриентов в университет на естественные и гуманитарные специальности в течении 10 дней июля 2009 года (пустыми квадратиками отмечается количество заявлений на естественные специальности, а заштрихованными квадратиками – на гуманитарные специальности). Сколько всего заявлений было принято 6 июля на обе специальности?



**В3** Найдите наименьшее целое число, принадлежащее множеству решений неравенства  $\log_{\frac{1}{3}}(8x+1) > \log_{\frac{1}{3}}(5x-11)$ .

**В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $\sin B$ , если  $AC = 12,3$  и  $AB = 61,5$ .

**В5** Для загрузки танкера нефтью, вместимость которого равна 13650 тонн, в порту имеются три трубопровода. По первому из них в час может быть закачено 300 тонн нефти, по второму – 350 тонн, по третьему – 400 тонн. Загрузка танкера одновременно может идти только по двум трубопроводам (либо первому со вторым, либо второму

с третьим, либо первому с третьим). В каком случае танкер будет заполнен быстрее? Укажите наименьшее время заполнения танкера.

**В6** Площадь круга, описанного вокруг правильного шестиугольника, равна  $25\sqrt{3}\pi$ . Найдите площадь этого шестиугольника.

**В7** Вычислите  $\frac{3 \cdot 3^{\log_3 1} - \log_{\sqrt{2}} 16}{\log_6 25 - 2 \log_6 \frac{5}{8}}$ .

**В8** Прямая, проходящая через начало координат, является касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M(4; 6)$ . Вычислите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x = 4$ .

**В9** Конус и цилиндр имеют равные основания, а образующая конуса в 3 раза больше образующей цилиндра. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если площадь боковой поверхности конуса равна  $321 \text{ м}^2$ , ответ дайте в квадратных метрах.

**В10** Число людей в городе изменяется по закону  $N(t) = N_0 \cdot 2,5^{0,02t}$ , где  $N(t)$  – число людей в городе в момент времени  $t$ ,  $N_0$  – число людей в момент времени  $t = 0$ . Через сколько лет численность населения города увеличится с 18000 человек до 45000 человек.

**В11** Найдите точку минимума функции  $f(x) = e^{2x+3} \cdot (x^2 - 2)$ .

**В12** В лаборатории имеется смесь, общий вес которой на 3,3 кг больше веса титана, содержащегося в ней. Если к этой смеси добавить 2 кг новой смеси, содержащей 25% титана, то получится смесь, содержащая 20% титана. Определите процентное содержание титана в первоначальной смеси.

## Часть 2

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4}, \\ \cos(2x) + 2 \cos y = 1 \end{cases}$$

**C2** Равнобедренный треугольник вращается вокруг своей высоты. Найдите большую сторону этого треугольника, если его периметр равен 30, а площадь полной поверхности тела вращения равна  $60\pi$ .

**C3** Решите неравенство  $\left(2 + \log_2 \left(\frac{5}{4} - x\right)\right) \cdot \log_x \frac{1}{2} > 1$ .

**C4** Окружность радиуса 12 проходит через вершины  $A$  и  $B$  квадрата  $ABCD$ . Длина касательной, проведенной к окружности из вершины  $C$ , равна 2. Чему равен диаметр окружности, если сторона квадрата равна 1?

**C5** Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых из неравенства  $0 \leq x \leq 1$  будет следовать неравенство  $(a^2 + a - 2)x^2 + (a - 4)x - 2 \leq 0$ .

**C6** Найдите натуральное  $n$ , имеющее ровно 6 делителей, сумма которых равна 3528.

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №14

### Часть 1

**B1** Вклад внесен в банк под 20% годовых. На сколько процентов возрастет величина вклада к концу третьего года?

**B2** На диаграмме показано, как проходит прием абитуриентов в университет на естественные и гуманитарные специальности в течение 10 дней июля 2009 года (пустыми квадратиками отмечается количество заявлений на естественные специальности, а заштрихованными квадратиками – на гуманитарные специальности). Сколько всего заявлений было принято за последние три дня на обе специальности?



**B3** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 < 0$ .

**B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $60^\circ$ ,  $BC = 3\sqrt{3}$ ,  $AC = 15$ . Найдите  $\sin A$ .

**B5** Для загрузки танкера нефтью, вместимость которого равна 13650 тонн, в порту имеются три трубопровода. По первому из них в час может быть закачено 300 тонн нефти, по второму – 350 тонн, по третьему – 400 тонн. Загрузка танкера одновременно может идти только по двум трубопроводам (либо первому со вторым, либо второму с третьим, либо первому с третьим). В каком случае

танкер будет заполняться дольше? Укажите наибольшее время заполнения танкера.

**В6** Найдите радиус круга, вписанного в равнобедренную трапецию  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , если  $BC=8$  и  $AD=18$ .

**В7** Вычислите  $\frac{3^{2 \log_3 5} - 81^{\log_2 1}}{\log_6 7 + 2 \log_6 \frac{6}{\sqrt{7}}}$ .

**В8** Прямая, проходящая через начало координат, является касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M(-2; -9)$ . Вычислите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x = -2$ .

**В9** Образующая конуса в 2 раза больше образующей цилиндра, площадь основания конуса в 4 раза больше площади основания цилиндра. Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если площадь полной поверхности конуса равна  $212 \text{ м}^2$ . Ответ дайте в квадратных метрах.

**В10** Зависимость мощности тока  $P$  от силы тока  $I$  выражается формулой  $P(I) = -2I^2 + 6I$  ( $I$  измеряется в амперах,  $P$  измеряется в ваттах). Чему равна максимальная мощность тока?

**В11** Дана функция  $f(x) = e^{x-5} \cdot (2x+1)^2$ . Найдите точку максимума этой функции.

**В12** У фермера имеются две теплицы общей площадью  $160 \text{ м}^2$ . В первой теплице собрали  $1800 \text{ кг}$  огурцов, во второй —  $1320 \text{ кг}$ , причем во второй теплице с  $1 \text{ м}^2$  собрали на  $4 \text{ кг}$  огурцов больше, чем с  $1 \text{ м}^2$  в первой. Сколько килограммов огурцов собрали с одного квадратного метра во второй теплице?

## Часть 2

**С1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{\cos x} + 2^{\frac{1}{\cos y}} = 5, \\ 2^{\cos x} + \frac{1}{\cos y} = 4 \end{cases}$$

**С2** Плоскость сечения делит диаметр сферы на части, длины которых равны  $6$  и  $12$ . Найдите отношение объемов меньшей части шара к большей.

**С3** Решите неравенство  $\log_x 2 \cdot \log_4 \left( \frac{3-8x}{8x-10} \right) \leq \frac{1}{2}$ .

**С4** В трапеции  $ABCD$  длина боковой стороны  $AB = 4$ , биссектриса угла  $BAD$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $E$ . В треугольник  $ABE$  вписана окружность с центром в точке  $O$ , касающаяся сторон  $AB$  в точке  $M$ ,  $BE$  в точке  $N$ . Найдите угол  $MON$ , если  $MN = 2$ .

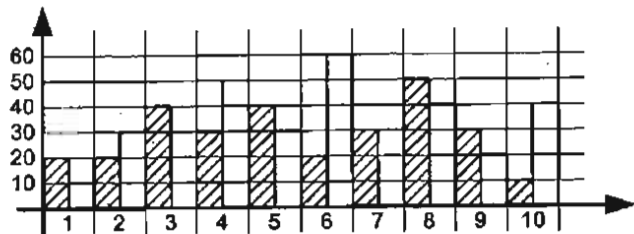
**С5** Найти все значения  $a$ , при каждом из которых из неравенства  $0 \leq x \leq 3$  будет следовать неравенство  $ax^2 - 2x + 3a - 2 \leq 0$ .

**С6** Найдите все такие натуральные числа  $n$ , что число  $n^2$  имеет ровно в 3 раза больше делителей (считая 1 и само число), чем  $n$ , если известно, что число  $n$  имеет ровно 2 простых делителя 2 и 3.

Единый государственный экзамен по математике  
Вариант №15

Часть 1

- В1** На полу комнаты прямоугольной формы, площадью 18 квадратных метров на одном и том же расстоянии от стен лежит коврик размером 1,5 м x 2 м. Найдите расстояние от коврика до стен комнаты.
- В2** На диаграмме показано, как проходит прием абитуриентов в университет на естественные и гуманитарные специальности в течении 10 дней июля 2009 года (пустыми квадратиками отмечается количество заявлений на естественные специальности, а заштрихованными квадратиками – на гуманитарные специальности). На сколько заявлений больше было подано в период с 4 по 6 июля на гуманитарные специальности, чем на естественные?



- В3** Пусть  $(x_0; y_0)$  – решение системы уравнений

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = -1 \\ 2 \log_2 x - \log_3 y = 7 \end{cases}$$

Найдите отношение  $\frac{x_0}{y_0}$ .

- В4** В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AK$ , равная  $\frac{13\sqrt{2}}{4}$  и составляющая со стороной  $AC$  угол  $30^\circ$ . Найдите  $BC$ , если угол  $C$  равен  $45^\circ$ .

- В5** При строительстве домов разного типа используются детали двух видов. Для строительства 6-ти квартирного дома надо 30 деталей первого и 40 деталей второго видов. Для 10-ти квартирного дома надо 40 деталей первого и 60 деталей второго видов. Для 14-ти квартирного дома надо 90 деталей первого и 120 деталей второго видов. Всего в наличии имеется 600 деталей первого и 800 деталей второго видов. На сколько больше из этих деталей можно построить 6-ти квартирных домов, чем 14-ти квартирных?
- В6** В равнобедренную трапецию, площадь которой равна 63, вписана окружность радиуса 3. Найдите периметр трапеции.
- В7** Вычислите  $(2 - \sqrt{5})^2 + |1 - 4\sqrt{5}|$ .
- В8** Дана функция  $y = 3x^2 + 5x - 1$ . В точке графика этой функции с абсциссой  $x_0 = -1$  проведена касательная прямая к графику. Найдите абсциссу точки пересечения этой касательной с осью  $Ox$ .
- В9** Металлический шар разрезали на два полушара. Сколько литров краски потребуется, чтобы полностью покрасить эти полушары, если на покраску полного шара требуется 246 литров краски?
- В10** Из отверстия в днище цилиндрического бака вытекает вода. Высота столба воды в баке изменяется по закону  $h(t) = 4,5 - 1,65t + 0,15t^2$  ( $h(t)$  – высота столба воды в баке в момент времени  $t$ , измеряемая в метрах, время  $t$  измеряется в минутах). В течении какого времени вся вода из бака вытечет?
- В11** Дана функция  $f(x) = \ln(2x - 3) - 2x$ . Найдите ее наибольшее значение.
- В12** Числитель дроби на 2 больше ее знаменателя. Если сложить эту дробь с обратной ей дробью, получится  $\frac{74}{35}$ . Найдите исходную дробь.

## Часть 2

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos(2y) \cdot \sqrt{\sin x} = 0, \\ \cos(2y) + 4 \sin^2 x - 3 = 0 \end{cases}$$

**C2** Шар и конус имеют равновеликие объемы. Найдите отношение радиуса шара к радиусу конуса, если осевое сечение конуса – равносторонний треугольник.

**C3** Решите неравенство  $\log_x(\log_{x/4} \sqrt{4-x}) < 0$ \*

**C4** Из точки  $A$  к окружности с радиусом 2 проведена касательная, которая касается окружности в точке  $M$  и секущая, пересекающая окружность в точках  $B$  и  $C$ , причем точка  $C$  – середина  $AB$ , угол  $AMB$  равен  $60^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $AMB$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $y = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + x + 1}$  лежит на интервале  $(-1; 3)$ .

**C6** Про  $n \in \mathbb{N}$  известно, что его десятичная запись заканчивается цифрой 0 и что число  $n^2$  имеет ровно в 3 раза больше делителей (считая 1 и само число), чем  $n$ . Найдите все такие числа  $n$ .

## Единый государственный экзамен по математике Вариант №16

### Часть 1

**B1** Балкон имеет форму прямоугольника размером 4 м x 2 м. На балконе находится коврик прямоугольной формы площадью 2,88 квадратных метров. Одной стороной коврика прилегает к большей стороне балкона, а три другие его стороны находятся на одинаковом расстоянии от краев балкона. Найдите это расстояние.

**B2** На диаграмме показано, как проходит прием абитуриентов в университет на естественные и гуманитарные специальности в течении 10 дней июля 2009 года (пустыми квадратиками отмечается количество заявлений на естественные специальности, а заштрихованными квадратиками – на гуманитарные специальности). На сколько заявлений больше было подано на обе специальности в последние три дня, чем в первые три дня?



**B3** Пусть  $(x_0; y_0)$  – решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2 \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ 3 \log_2 x - 2 \log_4 y = 13 \end{cases}$$

Найдите произведение  $x_0 \cdot y_0$ .

**B4** Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$ , равная  $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ , составляет с основанием  $AD$  угол  $60^\circ$ . Найдите длину второй диагонали  $AC$ , если она составляет с тем же основанием  $AD$  угол  $45^\circ$ .

**B5** При строительстве домов разного типа используются детали двух видов. Для строительства 6-ти квартирного дома надо 30 деталей первого и 40 деталей второго видов. Для 10-ти квартирного дома надо 40 деталей первого и 60 деталей второго видов. Для 14-ти квартирного дома надо 90 деталей первого и 120 деталей второго видов. Всего в наличии имеется 600 деталей первого и 800 деталей второго видов. На сколько больше из этих деталей можно построить 10-ти квартирных домов, чем 14-ти квартирных?

**B6** Площадь круга, вписанного в трапецию, равна  $25\pi$ . Сумма боковых сторон трапеции равна 16. Найдите площадь трапеции.

**B7** Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{(x+1)^6} + \sqrt[4]{(x+2)^4}$  при  $x = -\sqrt{2}$ .

**B8** К графику функции  $y = -2x^2 + 3x + 1$  в точке графика с абсциссой  $x_0 = 1$  проведена касательная прямая. Найдите ординату точки пересечения этой касательной с осью  $Oy$ .

**B9** Известно, что сторона основания и высота правильной шестиугольной призмы соответственно в 12 раз и в 2 раза больше стороны основания и высоты правильной треугольной призмы. Найдите площадь полной поверхности правильной шестиугольной призмы, если полная поверхность правильной треугольной призмы равна  $10 \text{ м}^2$ . Ответ дайте в квадратных метрах.

**B10** Из отверстия в днище цилиндрического бака вытекает вода. Высота столба воды в баке изменяется по закону  $h(t) = 7,5 - 2,75t + 0,25t^2$  ( $h(t)$  – высота столба воды в

баке в момент времени  $t$ , измеряемая в метрах, время  $t$  измеряется в минутах). В течении какого времени высота столба воды в баке не будет превышать 5 метров.

**B11** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 5x - \ln(5x + 2)$ .

**B12** Найдите двузначное число, в котором число десятков на 4 больше его единиц, а произведение этого числа и полусуммы его цифр равно 153.

## Часть 2

**C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x, \\ \sin x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

**C2** В прямой треугольной призме через сторону основания под углом  $45^\circ$  к нему проведена плоскость, пересекающая противоположное ребро. Найдите площадь сечения, если площадь основания равна  $S$ .

**C3** Решите неравенство  $\log_x(\log_{x/2} \sqrt{2-x}) < 0$ .

**C4** Окружность радиуса 1,5 проходит через вершины  $M$  и  $D$  трапеции  $MNPД$  ( $MD$  параллельна  $NP$ ,  $MD$  больше  $NP$ ), пересекает сторону  $PD$  в точке  $K$ , так что  $PD = 4\sqrt{3}KD$ , угол  $NDM$  равен  $60^\circ$ . Найдите площадь трапеции  $MNPД$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x-a)(ax-a-1) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

**C6** Найдите все такие натуральные числа  $n$ , что число  $n^2$  имеет ровно в 3 раза больше делителей (считая 1 и само число), чем  $n$ .