

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 минут). Работа состоит из 2 частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики, на которые надо дать верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

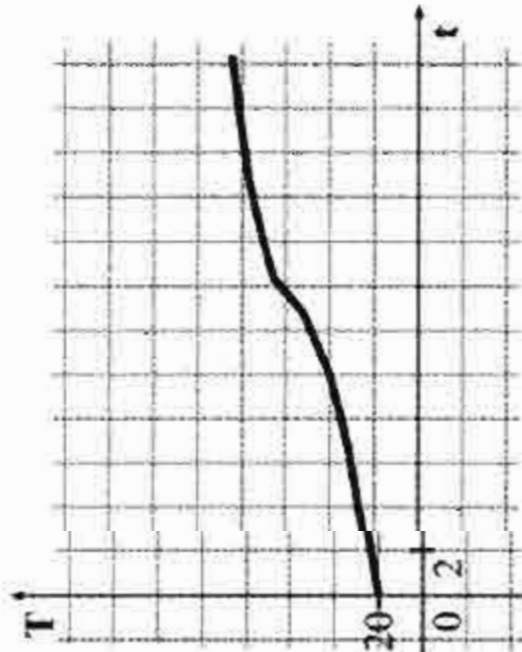
ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответом на задания B1–B12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Буханка хлеба стоит 16 рублей. Найдите максимальное число буханок хлеба, которые можно купить на 70 рублей, если цена хлеба снизится на 25%.

B2 На графике показано изменение температуры воды, измеряемой в градусах Цельсия, в зависимости от времени работы горелки в минутах. Укажите время в минутах, необходимое для достижения температуры воды 80 °С.



B3 Решите уравнение $\sqrt{6-x^2} = \sqrt{2-3x}$. Если корней более одного, в ответе укажите больший из них.

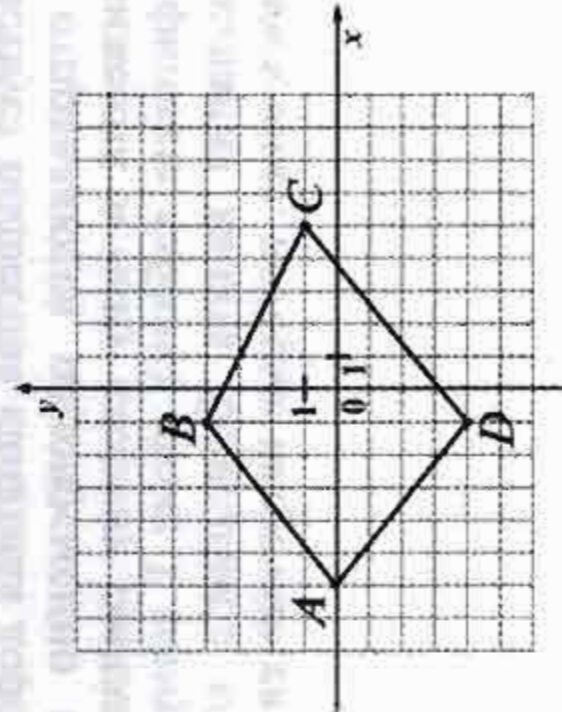
B4 Длины двух сторон треугольника 4 и 6. Найдите наибольшее возможное целое значение длины третьей стороны.



B5 Необходимо разместить в банке 100 000 рублей на срок 6 месяцев. Условия размещения вклада в трёх банках приведены в таблице. Найдите наибольший возможный доход в рублях, который может быть получен.

Банк	Условия вклада	Дополнительные условия
Сельхозбанк	11% за полгода	—
Промбанк	5% ежеквартально с капитализацией	—
Трансбанк	1,8% от первоначальной суммы ежемесячно	Полугодовая премия 1% от суммы вклада

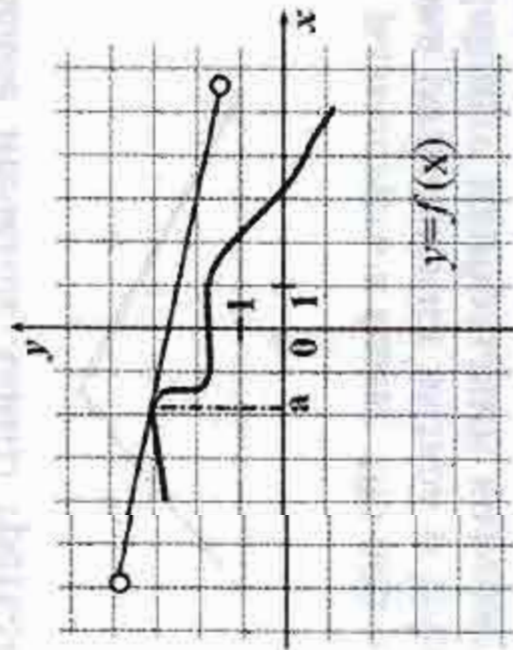
B6 Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках $A(-6; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(5; 1)$, $D(-1; -4)$.



B7 Вычислите $\log_3^2 625 \cdot \log_{25}^2 9$.



- B8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательной к графику этой функции, проведённой в точке графика с абсциссой a . Найдите значение производной этой функции в точке a .



- B9** Площадь сечения куба, которое представляет собой правильный шестиугольник, равна $3\sqrt{3}$. Найдите полную поверхность куба.
- B10** Уроки в школе начинаются в 8:00. Каждый урок продолжается 45 минут, после чего следует 10-минутный перерыв. Когда Коля проснулся и взглянул на часы, он правильно подсчитал, что оставшаяся часть суток на 88% длиннее, чем прошедшая. Найдите количество минут, которое осталось до начала второго урока.
- B11** Найдите наименьшее целое значение a , при котором функция $f(x) = 2x^3 + 30x^2 + ax + 4$ возрастает на всей числовой прямой.
- B12** Между стартом и финишем горнолыжного спуска круглослучно действует подвесная канатная дорога. Кабинки сверху и снизу отправляются одновременно каждые 3 минуты. Время движения в одну сторону составляет 14 минут. На старте и финише кабинка стоит 1 минуту, включая режим проскальзывания каната. Определите количество кабинок, двигающихся вниз, которые встречаются горнолыжнику при подъёме.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1 — C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 2y}{x + 2y - 1} = 10x - 8y - 13, \\ \sqrt{(2x - 3y - 3)^2 - 7} = \sqrt{(3x - y - 4)^2 - 7}. \end{cases}$$

- C2** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ заданы длины ребер $AD = 12$, $AB = 5$, $AA_1 = 8$. Найдите объём пирамиды $MB_1 C_1 D_1$, если M — точка на ребре AA_1 , причём $AM = 5$.

- C3** Найдите решение неравенства

$$\sqrt{7 \cdot \log_{x-4}(x+2)} + 9 \geq 4 - \log_{x-4}(x-2).$$

- C4** В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 10$ на стороне AD расположены точки M и N таким образом, что $DM = 4$, при этом P — точка пересечения прямых BN и CM . Площадь треугольника MNP равна 1. Найдите длину отрезка, соединяющего точки M и N .

- C5** Найдите все значения a , при которых уравнение

$$|2x - |x - 3|| - ax - 4 = 0$$
 имеет не менее двух корней.

- C6** Найдите все такие пары натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа десятичную запись числа b , то получится число, большее произведения чисел a и b на 32.

Перепишите значения полей "регион", "код предмета", "название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ. Отвечая на задания типа С, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1. Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Все бланки и листы с заданиями рассматриваются в комплекте.

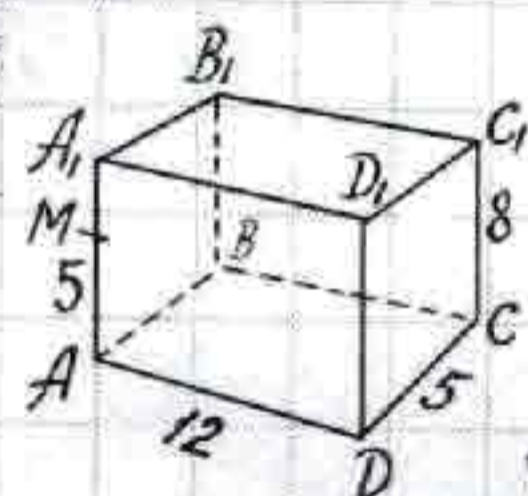
C1 $(2x-3y-3)^2 = (3x-y-4)^2 \geq 7; 2x-3y-3 = \pm(3x-y-4)$

1) $x+2y-1=0$ невозможно

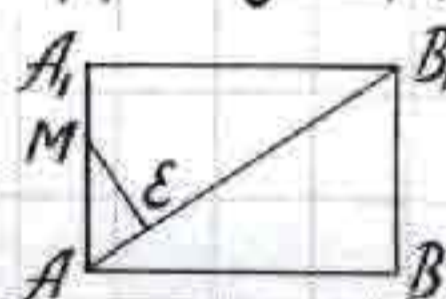
2) $4y=5x-7; \frac{x^2-2y}{x+2y-1}=1; x^2-6x+8=0; x_1=2, y_1=\frac{3}{4}; (2x_1-3y_1-3)^2 < 7$

$x_2=4, y_2=3,25; (2x_2-3y_2-3)^2 > 7$ Ответ: $x=4, y=3,25$

C2



$V_{MB_1C_1D_1} = \frac{1}{3} S_{B_1C_1D_1} \cdot h_M, S_{B_1C_1D_1} = 6 \cdot \sqrt{89}$



$ME \perp AB_1$ и $ME \perp BC \Rightarrow ME = h_M$
 $\triangle AME \sim \triangle ABB_1 \Rightarrow ME = \frac{AM \cdot AB}{AB_1} = \frac{25}{\sqrt{89}}$

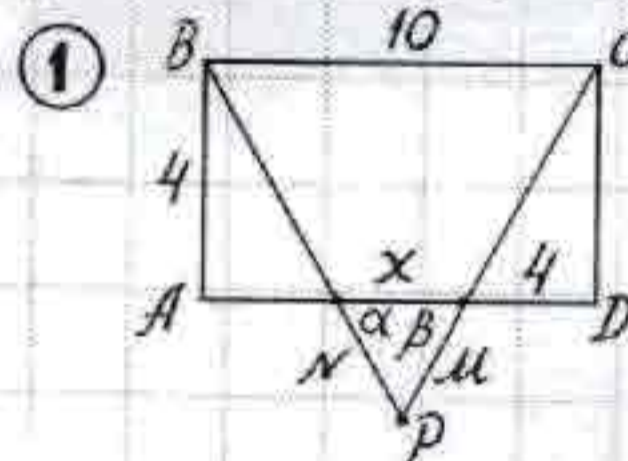
$V_{MB_1C_1D_1} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \sqrt{89} \cdot \frac{25}{\sqrt{89}} = 50.$ Ответ: 50

C3 Пусть $\log_{x^2-4}(x+2) = a \Rightarrow \log_{x^2-4}(x-2) = 1-a; \sqrt{7a+9} \geq a+3. (*)$

Так как в области определения обе части неравенства неотрицательны, то $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 7a+9 \geq (a+3)^2 \\ a+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 1; 0 \leq \log_{x^2-4}(x+2) \leq 1.$

Так как $x^2 \geq 5$, то $x+2 \leq x^2-4, x \geq 3$ Ответ: $[3; +\infty)$

C4 В зависимости от порядка расположения точек M и N на AD 2 решения:



$S_{MNP} = 1 = \frac{MN^2}{2(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)}$

$\Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \frac{6-x}{4}, \operatorname{ctg} \beta = 1$

$2x^2 + x - 10 = 0; x = 2$



$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{6+x}{4}$

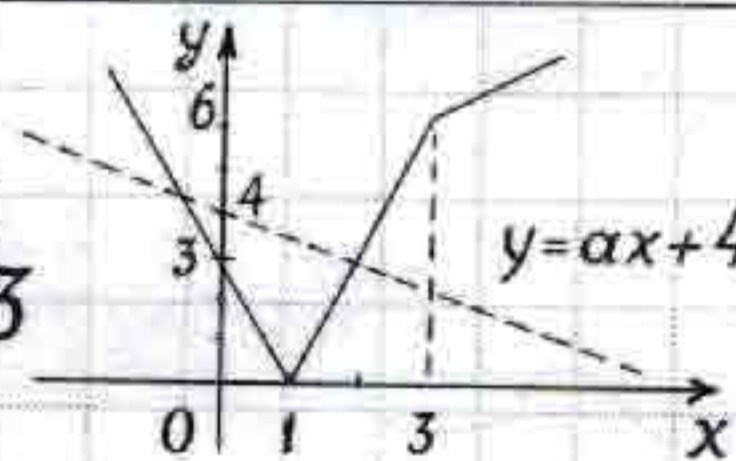
$\operatorname{ctg} \beta = 1$

$2x^2 - x - 10 = 0; x = 2,5$

Ответ: 2 или 2,5

C5 $|2x - |x-3|| = ax+4$

$|2x - |x-3|| = \begin{cases} x+3, & x \geq 3 \\ 3 \cdot |x-1|, & x < 3 \end{cases}$



$a \leq -3$ 1 решение

$-3 < a < 1$ 2 решения

$a \geq 1$ 1 решение

Ответ: $(-3; 1)$

C6

$\overline{ab} = ab + 32 \Leftrightarrow a \cdot 10^k + b = ab + 32$ (k - число цифр в числе $b, k \in \mathbb{N}$)

$\Leftrightarrow (10^k - b)a = 32 - b \Rightarrow k=1$, иначе $(10^k - b)a > 32 - b \Rightarrow b=1, 2, \dots, 9$.

Непосредственно проверяем $b_1=8; b_2=9$

Соответственно: $a_1=12, a_2=23$

Ответ: 12 и 8; 23 и 9