

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	1
3	4
4	$\frac{1}{2}$; или 0,5
5	$a = \frac{v - v_0}{t}$
6	4
7	$\frac{a + c}{ac}$
8	2
9	$x = 10$
10	$x^2 - 30x = 2700$; или любое другое уравнение, в которое может быть преобразовано данное
11	4
12	213
13	$x \leq -5, x \geq 5$; или: $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$
14	3
15	3
16	25 м
17	0,4
18	на 4 мин

19 Решите неравенство

$$\frac{11x-4}{5} \geq \frac{x^2}{2}.$$

//Ответ: $\left[\frac{2}{5}; 4\right]$.

//Решение. Умножим обе части неравенства на 10 и перенесем все члены вправо. Получим $5x^2 - 22x + 8 \leq 0$. Квадратное уравнение $5x^2 - 22x + 8 = 0$ имеет корни: $x_1 = \frac{2}{5}$, $x_2 = 4$. Используя графические соображения, получаем, что неравенство выполняется при $\frac{2}{5} \leq x \leq 4$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно найдены корни квадратного уравнения, получен верный ответ.
1	При правильном ходе решения допущена одна вычислительная ошибка; или правильно найдены корни квадратного уравнения, но допущен недочет при записи ответа, например, вместо квадратных скобок поставлены круглые.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формулы корней квадратного уравнения и в решении квадратного неравенства (с учетом найденных корней) относятся к числу существенных.

20 Упростите выражение

$$\left(\frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{x^2 - 8x + 16} \right) : \frac{x-6}{16-x^2} + \frac{24x}{x-4}.$$

//Ответ: $-3x$.

//Решение. 1) $\frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{x^2 - 8x + 16} = \frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{(x-4)^2} = \frac{3x^2 - 18x}{(x-4)^2}$

2) $\frac{3x^2 - 18x}{(x-4)^2} : \frac{x-6}{16-x^2} = \frac{3x(x-6)(4-x)(4+x)}{(4-x)^2(x-6)} = \frac{3x(4+x)}{4-x}$

3) $\frac{3x(4+x)}{4-x} + \frac{24x}{x-4} = \frac{12x + 3x^2 - 24x}{4-x} = \frac{3x(x-4)}{4-x} = -3x$

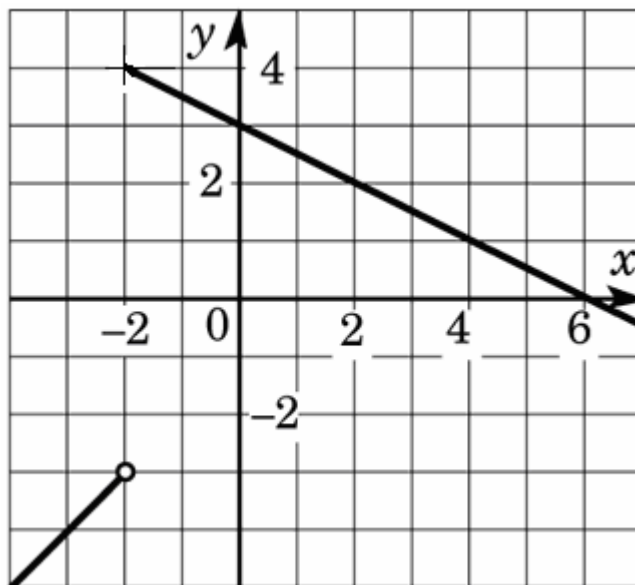
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Все преобразования выполнены верно и получен верный ответ.
2	Допущена одна ошибка при приведении подобных членов в последнем действии.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x \geq -2, \\ x - 1, & \text{если } x < -2. \end{cases}$$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

//Ответ: График изображен на рисунке; функция убывает на промежутке $[-2; +\infty)$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно построен график, дан верный ответ на вопрос о промежутке убывания.
2	Лучи, составляющие график, проведены верно, но: не показано, что начало одного из лучей не принадлежит графику; или неверно определен промежуток убывания функции; или ответ на вопрос отсутствует.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 22** При каких значениях a точки $A(2; -10)$ и $B(2; a)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $2x + y = -3$?

//Ответ: при $a > -7$.

Решение. Задача решается на основе графических соображений. Точки A и B лежат на вертикальной прямой $x = 2$. Найдем ординату точки пересечения прямых $2x + y = -3$ и $x = 2$. Получим: $y = -7$. Очевидно, что точка $A(2; -10)$ расположена ниже прямой $2x + y = -3$, следовательно, точка $B(2; a)$ должна лежать выше этой прямой, т.е. должно выполняться неравенство $a > -7$.

Замечание. Допускается графическое решение, т.е. учащийся может построить соответствующие графики и «считать» с них решение.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно найдена ордината точки пересечения прямых и правильно определен промежуток значений a . Или: при графическом решении правильно построены прямые и правильно определен промежуток значений a .
3	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка; или неверно записан промежуток значений a – приведено нестрогое неравенство.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

23

При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

//Ответ: 3 : 1.

//Решение. Пусть x – масса первого раствора, y – масса второго раствора. Тогда количество соли в первом растворе составляет $0,4x$, а во втором – $0,48y$. Масса раствора, получившегося после смешивания, равна $x + y$, а количество соли в нем составляет $0,42(x + y)$. Имеем уравнение $0,4x + 0,48y = 0,42(x + y)$. После преобразований получим

$$40x + 48y = 42x + 42y; \quad x = 3y. \quad \text{Отсюда: } \frac{x}{y} = \frac{3}{1}.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка и в результате получено другое отношение; или допущена ошибка в последнем шаге, т.е. из равенства $x = 3y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например, $x : y = 3$.

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	4
3	1
4	$\frac{1}{3}$
5	$v = \frac{s - s_0}{t}$
6	3
7	$\frac{a - b}{b}$
8	3
9	$x = -15$
10	$x^2 + 7x = 60$; или любое другое уравнение, в которое может быть преобразовано данное
11	2
12	321
13	$-4 \leq x \leq 4$; или: $[-4; 4]$
14	4
15	2
16	Андрей, на 20 сек.
17	0,6
18	на 10 мин

19 Решите неравенство

$$\frac{x^2}{3} \geq \frac{3x+3}{4}.$$

//Ответ: $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [3; +\infty)$.

//Решение. После преобразований получим неравенство $4x^2 - 9x - 9 \geq 0$.

Квадратное уравнение $4x^2 - 9x - 9 = 0$ имеет корни: $x_1 = -\frac{3}{4}$, $x_2 = 3$.

Используя графические соображения, получаем, что неравенство выполняется при $x \leq -\frac{3}{4}$ или $x \geq 3$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно найдены корни квадратного уравнения, получен верный ответ.
1	При правильном ходе решения допущена одна вычислительная ошибка; или правильно найдены корни квадратного уравнения, но допущен недочет при записи ответа, например, вместо квадратных скобок поставлены круглые.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в применении формулы корней квадратного уравнения и в решении квадратного неравенства (с учетом найденных корней) относятся к числу существенных.

20 Упростите выражение

$$\left(\frac{2y}{y-3} - \frac{4y}{y^2-6y+9} \right) : \frac{y-5}{9-y^2} + \frac{12y}{y-3}.$$

//Ответ: $-2y$.

//Решение. 1) $\frac{2y}{y-3} - \frac{4y}{y^2-6y+9} = \frac{2y}{y-3} - \frac{4y}{(y-3)^2} = \frac{2y^2-10y}{(y-3)^2}$

2) $\frac{2y^2-10y}{(y-3)^2} : \frac{y-5}{9-y^2} = \frac{2y(y-5)(3-y)(3+y)}{(3-y)^2(y-5)} = \frac{2y(3+y)}{3-y}$

3) $\frac{2y(3+y)}{3-y} + \frac{12y}{y-3} = \frac{6y+2y^2-12y}{3-y} = \frac{2y(y-3)}{3-y} = -2y$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Все преобразования выполнены верно и получен верный ответ
2	Допущена <i>одна</i> ошибка при приведении подобных членов в последнем действии
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{если } x > -4, \\ \frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x \leq -4. \end{cases}$$

Укажите промежуток, на котором функция возрастает.

//Ответ: График изображен на рисунке 2; функция возрастает на промежутке $(-\infty; -4]$.

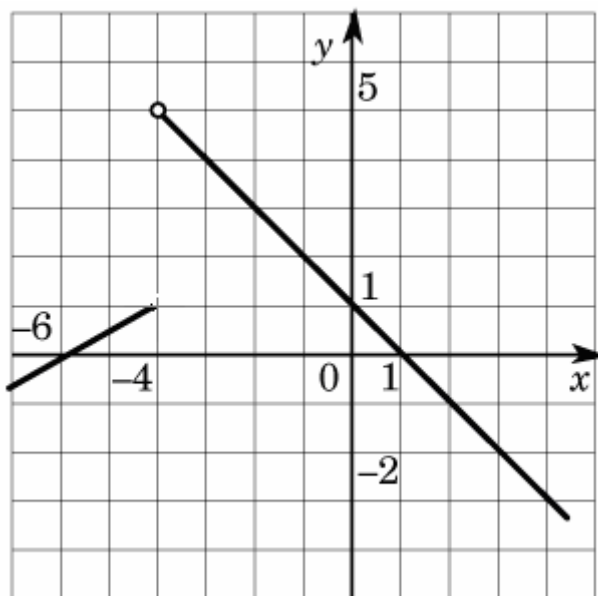


рис. 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно построен график, дан верный ответ на вопрос о промежутке возрастания.
2	Лучи, составляющие график, проведены верно, но: не показано, что начало одного из лучей не принадлежит графику; или неверно определен промежуток возрастания функции; или ответ на вопрос отсутствует.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

22 При каких значениях a отрезок с концами в точках $A(-3; a)$ и $B(-3; -2)$ пересекает прямую $2x - y = 3$?

//Ответ: при $a \leq -9$ (ответ в виде строгого неравенства $a < -9$ считается верным)*

//Решение. Задача решается на основе графических соображений. Точки A и B лежат на вертикальной прямой $x = -3$. Найдем ординату точки пересечения прямых $2x - y = 3$ и $x = -3$. Получим: $y = -9$. Очевидно, что точка $B(-3; -2)$ расположена выше прямой $2x - y = 3$. Следовательно, отрезок AB пересекает эту прямую в том случае, когда точка $A(-3; a)$ лежит ниже этой прямой или на ней, т.е. когда выполняется неравенство $a \leq -9$ *

Замечание. Допускается графическое решение, т.е. учащийся может построить соответствующие графики и «считать» с них решение.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно найдена ордината точки пересечения прямых и правильно определен промежуток значений a . Или: при графическом решении правильно построены прямые и правильно определен промежуток значений a .
3	Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям

* Ответ $a < -9$ также считается верным, т.к. в ряде учебников геометрии говорится, что отрезок пересекает прямую, если у них есть общая точка, являющаяся внутренней точкой этого отрезка; или отрезок и прямая пересекаются, если концы отрезка лежат в разных полуплоскостях относительно данной прямой.

23

Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35% золота, а во втором – 60%. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

//Ответ: 4 : 1.

//Решение. Пусть x – масса первого сплава, y – масса второго сплава. Тогда количество золота в первом сплаве составляет $0,35x$, а во втором – $0,6y$. Масса нового сплава равна $x + y$, а количество золота в нем составляет $0,4(x + y)$. Имеем уравнение $0,35x + 0,6y = 0,4(x + y)$. После преобразований получим $35x + 60y = 40x + 40y$, $x = 4y$. Отсюда: $\frac{x}{y} = \frac{4}{1}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно составлено уравнение, найдено нужное отношение, дан верный ответ.
3	При правильной идее решения допущена вычислительная ошибка и в результате получено другое отношение; или допущена ошибка в последнем шаге, т.е. из равенства $x = 4y$ неверно найдено отношение $x : y$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ответ может быть дан и в другом виде, например, $x : y = 4$.