С5 пробного ЕГЭ от ФЦТ

Найдите все значения параметра *а*, при каждом из которых график функции
$y = \log_{\frac{1}{2}} x - |\log_2 x - 1| - |3x - 6| - a$ пересекает ось абсцисс менее, чем в двух точках.

$|\log_2 x - 1| = \begin{cases} \log_2 x - 1, & x \ge 2 \\ 1 - \log_2 x, & 0 < x < 2 \end{cases}$ $\qquad$ $|3x - 6| = \begin{cases} 3x - 6, & x \ge 2 \\ 6 - 3x, & x < 2 \end{cases}$

Рассмотрим 2 случая.

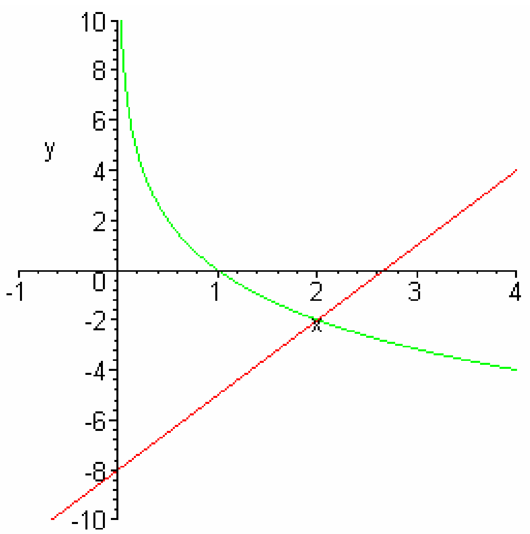
1) $x \ge 2$

$y = -\log_2 x - \log_2 x + 1 - 3x + 6 - a = -2\log_2 x - 3x - a + 7 = 0$

$-2\log_2 x = 3x + a - 7$

Функция в левой части монотонно убывает, в правой – монотонно возрастает, значит всегда будет только одна точка пересечения. Весь вопрос в том – где она будет. Ведь корень будет только при $x \ge 2$.

Прикинем графики. Пересечение графиков в точке с x=2 будет при $6 + a - 7 = -2; \quad a = -1;$



Таким образом, в первом случае будет 1 корень при $a \le -1$ и не будет корней при $a > -1$

2) $0 < x < 2$

$y = -\log_2 x + \log_2 x - 1 + 3x - 6 - a = 3x - a - 7 = 0$

$x = \dfrac{a+7}{3}$

Корень будет при $0 < \dfrac{a+7}{3} < 2 \quad \to \quad -7 < a < -1$

Итого, два корня будет при $-7 < a < -1$ (при $a = -1$ будет два совпадающих корня)

Делаем теперь простой вывод, что менее двух корней будет при $a \in (-\infty; -7] \cup [-1; \infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -7] \cup [-1; \infty)$