Вариант №2 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 3^{y+1} = 2\cos x \\ 3^{-y} = 4\cos x + 1 \end{cases}$$

Решаем подстановкой

$3^{-y} = 2 \cdot 3^{y+1} + 1; \quad 3^y = t > 0;$

$\frac{1}{t} = 6t + 1; \quad \to \quad 6t^2 + t - 1 = 0; \quad \to \quad t_{1,2} = \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}$

Корень $t = -\frac{1}{2}$ не подходит, т.к. $3^y > 0$

Тогда $3^y = \frac{1}{3}; \quad \to \quad y = -1$

Находим x. $2\cos x = 1; \quad \to \quad \cos x = \frac{1}{2} \quad \to \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; \quad y = -1;$

Вариант №3 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \sin x = y - 3 \\ \cos x = y - 2 \end{cases}$$

Используем основное тригонометрическое тождество.

$(y-3)^2 + (y-2)^2 = 1$

$2y^2 - 10y + 13 = 1$

$y^2 - 5y + 6 = 0$

$y = 2; 3$

Если $y = 2$, то $\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \quad \to \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

Если $y = 3$, то $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \quad \to \quad x = 2\pi k, k \in Z$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; \quad y = 2$

$x = 2\pi k, k \in Z; \quad y = 3$

Вариант №4 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \sin y = x-6 \\ \cos y = x-7 \end{cases}$$

Используем основное тригонометрическое тождество.

$$(x-6)^2 + (x-7)^2 = 1$$

$$2x^2 - 26x + 85 = 1$$

$$x^2 - 13y + 42 = 0$$

$$x = 6; 7$$

Если $x = 7$, то $\begin{cases} \sin y = 1 \\ \cos y = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

Если $y = 6$, то $\begin{cases} \sin y = 0 \\ \cos y = -1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad y = \pi + 2\pi k, k \in Z$

Ответ: $\begin{array}{l} x = 7; \quad y = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; \\ x = 6; \quad y = \pi + 2\pi k, k \in Z; \end{array}$

Вариант №5 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 2^x = \sin y \\ 2^{-x} = 2\sin y + 1 \end{cases}$$

Решаем подстановкой, обозначив $2^x = t > 0$

$$\frac{1}{t} = 2t + 1$$

$$2t^2 + t - 1 = 0; \quad t = -1; \frac{1}{2}$$

Т.к. $t > 0$, то $t = \dfrac{1}{2} \quad \rightarrow \quad x = -1$

Найдем y.

$$\sin y = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad y = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

Ответ: $x = -1; \quad y = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Вариант №6 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 81^{\sin y} - 30 \cdot 9^{\sin y} + 81 = 0 \\ \sqrt{x} + 2\cos y = 0 \end{cases}$$

Заметим, что второе уравнение системы может иметь решения только при $\cos y \le 0$.
Решим первое уравнение, обозначив $9^{\sin y} = t > 0$.

$$t^2 - 30t + 81 = 0; \quad \to \quad t = 27;3 \quad \to \quad 9^{\sin y} = 3^{2\sin y} = 27;3 \quad \to \quad 2\sin y = 3;1$$

$$\sin y \ne \frac{3}{2} > 1; \quad \sin y = \frac{1}{2};$$

$$y = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z; \quad y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Т.к. $\cos y \le 0$, то $y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Находим *x*.

$$y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \quad \to \quad \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\sqrt{x} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \to \quad x = 3;$$

Ответ: $x = 3; \quad y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Вариант №7 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 2\sin^2 y + 3\sin y - 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - x} + 4\cos y = 0 \end{cases}$$

Заметим, что второе уравнение системы может иметь решения только при $\cos y \le 0$.
Решим первое уравнение, обозначив $\sin y = t$.

$$2t^2 + 3t - 2 = 0; \quad \to \quad t = -2; \frac{1}{2};$$

$$\sin y \ne -2 < -1; \quad \sin y = \frac{1}{2}; \quad y = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z; \quad y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

С учетом того, что $\cos y \le 0$ получаем:

$$y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Находим *x*.

$$\sqrt{x^2 - x} - 2\sqrt{3} = 0$$

$$x^2 - x = 12 \quad \to \quad x^2 - x - 12 = 0 \quad \to \quad x = 4;-3$$

Ответ: $x = 4; \; y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z; \quad x = -3; \; y = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Вариант №8 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 3\sin x = \cos 2x + 1 \\ \sqrt{y^2 + 6y} + 6\cos x = 0 \end{cases}$$

Заметим, что второе уравнение системы может иметь решения только при $\cos x \le 0$.
Решим первое уравнение, обозначив $\sin x = t$.

$$3\sin x = 1 - 2\sin^2 x + 1$$

$$2t^2 + 3t - 2 = 0 \quad \to \quad t = -2; \frac{1}{2};$$

$$\sin x \ne -2 < -1; \quad \sin x = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

С учетом того, что $\cos x \le 0$ получаем:

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

Находим *y*.

$$\sqrt{y^2 + 6y} - 3\sqrt{3} = 0;$$

$$y^2 + 6y = 27; \quad \to \quad y^2 + 6y - 27 = 0; \quad \to \quad y = -9; 3$$

Ответ: $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z;\ y = -9; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z;\ y = 3;$

Вариант №9 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 4xy + 4y^2 - 16} = x - 2y \\ y^2 - 2xy + 16 = 0 \end{cases}$$

Разберемся с первым уравнением.

$$\sqrt{2x^2 - 4xy + 4y^2 - 16} = x - 2y$$

$$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 16 = x^2 - 4xy + 4y^2$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = 4; -4;$$

Найдем *y* из второго уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4 \\ y^2 - 8y + 16 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -4 \\ y^2 + 8y + 16 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \to \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -4 \\ y = -4 \end{cases} \end{array}\right.$$

Само собой, надо сделать проверку. При подстановке в первое уравнение видно, что первая пара корней не подходит.

Ответ: $x = -4; \quad y = -4;$

Вариант №10 С1 Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \sqrt{2y^2 - 2xy + x^2 - 25} = y - x \\ x^2 - 4xy + 100 = 0 \end{cases}$$

Разберемся с первым уравнением.

$$\sqrt{2y^2 - 2xy + x^2 - 25} = y - x$$

$$2y^2 - 2xy + x^2 - 25 = y^2 - 2xy + x^2$$

$$y^2 - 25 = 0$$

$$y = 5; -5$$

Найдем *x* из второго уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 5 \\ x^2 - 20x + 100 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -5 \\ x^2 + 20x + 100 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10 \\ y = -5 \end{cases} \end{array}\right.$$

Само собой, надо сделать проверку. При подстановке в первое уравнение видно, что первая пара корней не подходит.

Ответ: $x = -10; \quad y = -5;$