Диагностическая работа №5 С3

Решить неравенство: $\dfrac{log_3 x}{log_3(3x+2)} < 1$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 3x+2 > 0 \\ log_3(3x+2) \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -\dfrac{2}{3} \\ x \neq -\dfrac{1}{3} \end{cases} \rightarrow \quad x > 0$$

Теперь само неравенство:
Заметим, что при $x > 0 \quad 3x+2 > 2 \quad log_3(3x+2) > 0$, тогда получаем

$log_3 x < log_3(3x+2)$

$x < 3x+2$

$2x > -2$

$x > -1$

С учетом ограничений получаем $x > 0$

Ответ: $x > 0$

http://alexlarin.narod.ru

Диагностическая работа №6 С3

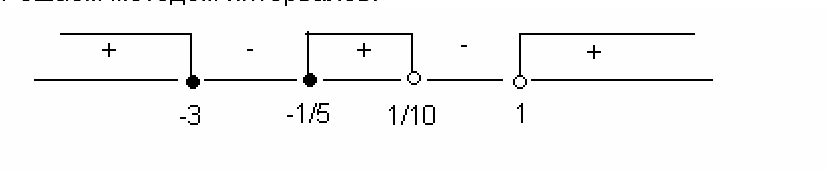
Решите неравенство: $\dfrac{(\log_3(10x+3))(\log_3(3x+10))}{(\log_3 10x)\log_3 x} \ge 0$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} 10x+3>0 \\ 3x+10>0 \\ 10x>0 \\ x>0 \\ \log_3 x \ne 0 \\ \log_3 10x \ne 0 \end{cases} \to \begin{cases} x>-\dfrac{3}{10} \\ x>-\dfrac{10}{3} \\ x>0 \\ x\ne 1 \\ x\ne \dfrac{1}{10} \end{cases} \to \begin{cases} x>0 \\ x\ne 1 \\ x\ne \dfrac{1}{10} \end{cases}$$

Теперь само неравенство:

Решаем методом интервалов:



С учетом ограничений получаем: $\left(0;\dfrac{1}{10}\right)\cup(1;\infty)$

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{10}\right)\cup(1;\infty)$

http://alexlarin.narod.ru

Диагностическая работа №7 С3

Решите неравенство: $\log^2_{x+2}(x-18)^2+32\le 16\log_{x+2}(36+16x-x^2)$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} x-18\ne 0 \\ x+2>0 \\ x+2\ne 1 \\ 36+16x-x^2>0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\ne 18 \\ x>-2 \\ x\ne -1 \\ -2<x<18 \end{cases} \rightarrow \quad x\in(-2;-1)\cup(-1;18)$$

Теперь само неравенство:

$$4\log^2_{x+2}(18-x)+32\le 16\log_{x+2}(18-x)+16\log_{x+2}(x+2)$$
$$\log^2_{x+2}(18-x)-4\log_{x+2}(18-x)+4\le 0$$
$$\left(\log_{x+2}(18-x)-2\right)^2\le 0$$
$$\log_{x+2}(18-x)=2$$
$$18-x=x^2+4x+4$$
$$x^2+5x-14=0$$
$$x=-7;2$$

С учетом ограничений $x=2$

Ответ: $x=2$

http://alexlarin.narod.ru

Диагностическая работа №8 С3

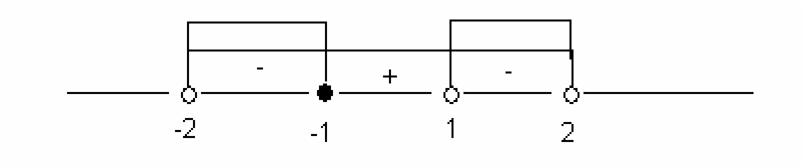
Решите неравенство: $log_{2-x}(x+2)\cdot log_{x+3}(3-x)\le 0$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} x+2>0 \\ 2-x>0 \\ 2-x\ne 1 \\ 3-x>0 \\ x+3>0 \\ x+3\ne 1 \end{cases} \to \begin{cases} x>-2 \\ x<2 \\ x<3 \\ x>-3 \\ x\ne 1 \\ x\ne -2 \end{cases} \to \begin{cases} -2<x<2 \\ x\ne 1 \end{cases}$$

Преобразуем неравенство к виду:

$\dfrac{lg(x+2)lg(3-x)}{lg(2-x)lg(x+3)}\le 0$ и решим методом интервалов с учетом ограничений



Ответ: $x\in(-2;-1]\cup(1;2)$

http://alexlarin.narod.ru

Диагностическая работа №9 С3

Решите неравенство: $log_{12x^2-41x+35}(3-x) \ge log_{2x^2-5x+3}(3-x)$

Сначала ограничения:

$$\begin{cases} 3-x>0 \\ 12x^2-41x+35>0 \\ 12x^2-41x+35\ne 1 \\ 2x^2-5x+3>0 \\ 2x^2-5x+3\ne 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<3 \\ x>\frac{7}{4}, x<\frac{5}{3} \\ x\ne 2, x\ne\frac{17}{12} \\ x<1, x>\frac{3}{2} \\ x\ne 2, x\ne\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)\cup\left(\frac{3}{2};\frac{5}{3}\right)\cup\left(\frac{7}{4};2\right)\cup(2;3)$$

Теперь само неравенство:

$$log_{(4x-7)(3x-5)}(3-x)\ge log_{(2x-3)(x-1)}(3-x)$$

$$\frac{1}{log_{3-x}(4x-7)(3x-5)}\ge\frac{1}{log_{3-x}(2x-3)(x-1)}$$

Рассмотрим промежутки поочереди.

1) При $x\in(2;3)$ оба логарифма в знаменателях отрицательны и $3-x<1$, значит

$$log_{3-x}(4x-7)(3x-5)\le log_{3-x}(2x-3)(x-1)$$

$$12x^2-41x+35\ge 2x^2-5x+3$$

$$10x^2-36x+32\ge 0$$

$$x>2;\quad x\le\frac{8}{5}$$

$$x\in(2;3)$$

2) При $\frac{7}{4}<x<2$ логарифмы отрицательны и $3-x>1$, значит

$$log_{3-x}(4x-7)(3x-5)\le log_{3-x}(2x-3)(x-1)$$

$$12x^2-41x+35\le 2x^2-5x+3$$

$$10x^2-36x+32\le 0$$

$$\frac{8}{5}\le x<2$$

Т.е. этот участок целиком удовлетворяет неравенству.

3) При $\frac{3}{2}<x<\frac{5}{3}$ логарифмы отрицательны и $3-x>1$, значит

$$\frac{8}{5}\le x<2$$

Получаем решение $\frac{8}{5}\le x<\frac{5}{3}$

4) При $\frac{1}{2}<x<1$

$$log_{3-x}(4x-7)(3x-5)>0,\quad log_{3-x}(2x-3)(x-1)<0$$

Т.е. неравенство выполняется.

5) При $x<\dfrac{1}{2}$ оба логарифма положительные, т.е. $\dfrac{8}{5}\le x<2$ - противоречие.

Окончательно: $x\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\cup\left[\dfrac{8}{5};\dfrac{5}{3}\right)\cup\left(\dfrac{7}{4};2\right)\cup(2;3)$

http://alexlarin.narod.ru