

Диагностическая работа № 5 С1

Решите неравенство:
$$\begin{cases} 2^y + 2 \sin x = 0 \\ \operatorname{tg} x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \end{cases}$$

Заметим, что первое уравнение системы может иметь решения только при $\sin x < 0$. Разберемся со вторым уравнением.

$$\operatorname{tg} x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\operatorname{tg} x + 1 = \operatorname{tg}^2 x + 1$$

$$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0 \rightarrow \operatorname{tg} x = 0; 1 \rightarrow x = \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k; n, k \in Z$$

С учетом условия $\sin x < 0$ получаем:

$$x = \pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; n, k \in Z$$

Тогда первое уравнение при $x = \pi n; n \in Z$ имеет вид $2^y = 0$ - решений нет.

$$\text{При } x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; k \in Z \quad 2^y - \sqrt{2} = 0; \rightarrow y = \frac{1}{2};$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; k \in Z \quad y = \frac{1}{2};$$

Диагностическая работа № 6 С1

Решите неравенство:
$$\begin{cases} 4^{\sin y} - 5 \cdot 2^{\sin y} + 4 = 0 \\ \sqrt{x} + 5 \cos y + 1 = 0 \end{cases}$$

Решим первое уравнение, приняв $2^{\sin y} = t > 0$

$$t^2 - 5t + 4 = 0; \rightarrow t = 1; 4 \rightarrow \sin y = 0; \sin y = 2 > 1 - \text{не подходит}$$

$$\text{Итого } \sin y = 0 \Rightarrow y = \pi n, n \in Z;$$

Заметим, что второе уравнение может иметь решения только при $\cos y < 0$.

$$\text{Тогда } y = \pi + 2\pi n, n \in Z; \Rightarrow \cos y = -1;$$

$$\text{Второе уравнение: } \sqrt{x} - 5 + 1 = 0; \rightarrow x = 16;$$

$$\text{Ответ: } x = 16; \quad y = \pi + 2\pi n, n \in Z;$$

Диагностическая работа № 7 С1

Решите неравенство:
$$\begin{cases} 4 \cos^2 x - 12 \cos x + 5 = 0 \\ \sqrt{y^2 - 4y + 16} + 4 \sin x = 0 \end{cases}$$

Заметим, что второе уравнение может иметь корни только при $\sin x \leq 0$
Решим первое уравнение, приняв $\cos x = t$.

$$4t^2 - 12t + 5 = 0 \rightarrow t = \frac{1}{2}; \frac{5}{2} > 1 - \text{не подходит}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}; \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

С учетом условия $\sin x \leq 0$ получим $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2};$

Решаем второе уравнение:

$$\sqrt{y^2 - 4y + 16} = 2\sqrt{3}$$

$$y^2 - 4y + 16 = 12;$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0 \rightarrow y = 2;$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 2;$

Диагностическая работа № 8 С1

Решите неравенство:
$$\begin{cases} \sqrt{y + \cos^2 x - 2} = \cos x \\ y \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что первое уравнение может иметь корни только при $\cos x \geq 0$
Разберемся с первым уравнением.

$$\sqrt{y + \cos^2 x - 2} = \cos x$$

$$y + \cos^2 x - 2 = \cos^2 x$$

$$y - 2 = 0 \rightarrow y = 2;$$

Теперь решим второе уравнение, приняв $\sin x = t$.

$$2t^2 - t - 1 = 0 \rightarrow t = 1; -\frac{1}{2}; \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}$$

Вспомним про условие $\cos x \geq 0$ и получим $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; y = 2; x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, y = 2; n, k \in \mathbb{Z}$

Диагностическая работа № 9 С1

Решите неравенство:
$$\begin{cases} 4^y - 10 \cdot 2^y + 16 = 0 \\ \cos x = \sqrt{y-2} \end{cases}$$

Решим первое уравнение, приняв $2^y = t > 0$.
 $t^2 - 10t + 16 = 0 \rightarrow t = 8; 2 \rightarrow y = 3; 1$

Теперь решим второе уравнение:

При $y = 3$ $\cos x = 1; \rightarrow x = 2\pi n, n \in Z$

При $y = 1$ - решений нет.

Ответ: $x = 2\pi n, n \in Z; y = 3;$