

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

ЧАСТЬ I

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

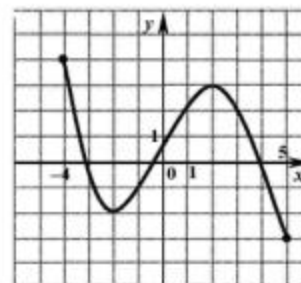
При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение  $e^{1,8} \cdot e^{-0,9}$ .
- 1)  $e^{0,9}$       2)  $e^{-2}$       3)  $e^{2,7}$       4)  $e^{-1,72}$

- A2** Упростите выражение  $\sqrt[3]{8a} \cdot \sqrt[3]{4a^4}$ .
- 1)  $\sqrt[3]{2a^3}$       2)  $4a$       3)  $2a$       4)  $2\sqrt[3]{a^3}$

- A3** Найдите значение выражения  $\log_4(16p)$ , если  $\log_4 p = -4,9$ .
- 1)  $-6,9$       2)  $-2,9$       3)  $-9,8$       4)  $-20,9$

- A4** На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке  $[-4; 5]$ . Укажите множество значений этой функции.



- 1)  $[-2; 3]$   
 2)  $[-2; 4]$   
 3)  $[-3; 3]$   
 4)  $[-3; 4]$

- A5** Найдите производную функции  $y = 5e^x + 6 \cos x$ .

- 1)  $y' = 5e^x - 6 \sin x$   
 2)  $y' = 5xe^{x-1} + 6 \sin x$   
 3)  $y' = 5xe^{x-1} - 6 \sin x$   
 4)  $y' = 5e^x + 6 \sin x$

**A6** Найдите множество значений функции  $y = -2 + \log_2 x$ .

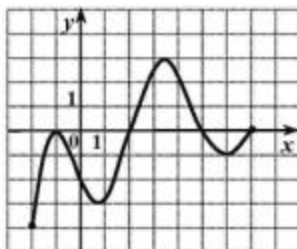
- 1)  $(-2; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; -2)$
- 3)  $(-\infty; +\infty)$
- 4)  $(0; +\infty)$

**A7** Решите неравенство  $\frac{7x}{6x-18} \geq 0$ .

- 1)  $(-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$
- 2)  $[0; 3) \cup (3; +\infty)$
- 3)  $[0; 3)$
- 4)  $[0; +\infty)$

**A8** Функция задана графиком. Укажите промежуток, на котором она принимает только положительные значения.

- 1)  $(0; 7)$
- 2)  $(2; 7)$
- 3)  $(2; 5)$
- 4)  $(0; 3)$



**A9** Решите уравнение  $\sin^2 4x - 2 \sin 4x = 0$ .

- 1)  $\pm \frac{\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3)  $\frac{\pi}{4} n, n \in \mathbb{Z}$
- 4)  $\pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n, n \in \mathbb{Z}$

**A10** Решите неравенство  $3^{4x-5} \geq \frac{1}{27}$ .

- 1)  $(0,5; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; 0,5)$
- 3)  $[-2; +\infty)$
- 4)  $[0,5; +\infty)$

*Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**B1** Найдите значение выражения  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha - 4$ , если  $\sin \alpha = 0,2$ .

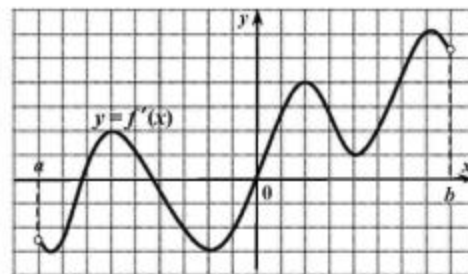
**B2** Решите уравнение  $\log_7 x + \log_7 6 = \log_7 12$ .

**B3** Решите уравнение  $\sqrt{3x^2 - 72} = -x$ .

## ЧАСТЬ 2

**B4** Найдите значение выражения  $8^{\log_{36} 2 - 0,5} \cdot 8^{\log_{36} 3}$ .

**B5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(a; b)$ . На рисунке изображен график ее производной. Определите, сколько точек максимума имеет функция  $y = f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .



- B6** Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{-x^2 - 5x + 6}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)} \geq 0.$$

- B7** Решите уравнение  $(x+9)^2 + 3\sqrt{(x+9)^2} - 28 = 0$ .  
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их сумму.)

- B8** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. При  $-1 < x \leq 4$  она задается формулой  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ . Найдите значение выражения  $5f(15) - 2f(-7)$ .

- \*B9** Двум сотрудникам издательства поручили отредактировать рукопись объемом 540 страниц. Один сотрудник, отдав второму 380 страниц рукописи, взял остальные страницы себе. Первый выполнил свою работу за 10 дней, а второй свою – за 19. Во сколько раз нужно было увеличить часть работы первого сотрудника (уменьшив часть работы второго), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое число дней?

- \*B10** Боковое ребро прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равно 21. Основание призмы – треугольник  $ABC$ , площадь которого равна 7,  $AB = 3$ . Найдите тангенс угла между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью основания призмы.

- \*B11** В трапеции  $ABCD$  диагональ  $AC$  является биссектрисой угла  $A$ . Биссектриса угла  $B$  пересекает большее основание  $AD$  в точке  $E$ . Найдите высоту трапеции, если  $AC = 12$ ,  $BE = 3\sqrt{2}$ .

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

- C1** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x(2x - 7)^6$  при  $|x - 3,5| \leq 0,5$ .

- C2** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $8^{\log_9(4x^2 - 1)}$  и  $8^{\log_9(2x - 1) + \log_9(2x^2 - 5x + 4)}$  принимают равные значения.

### ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

- C3** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{a - (4 \sin \sqrt{x-1} - 1)}{(3\sqrt{x^3} + \sqrt{10}\sqrt{x^{-3}} - 3) - a} \leq 0$  не имеет решений.

- \*C4** Дан конус с вершиной  $M$ , радиус основания которого равен  $\frac{3\sqrt{70}}{7}$  и высота  $3\sqrt{2}$ . Точки  $A, B, C$  лежат на окружности основания конуса так, что  $AB$  – диаметр и  $\angle AMC = 60^\circ$ . На дуге  $BC$  окружности основания конуса, не содержащей точки  $A$ , выбрана точка  $L$  так, что объем пирамиды  $MABLC$  наибольший. Найдите расстояние от точки  $L$  до плоскости  $AMC$ .

- C5** Для чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{43}$  верны равенства  $a_{n+1} = f(a_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 42$ . Найдите  $a_{10} + a_{20} + a_{40}$ , если известно, что  $a_{43} = 0$ , а  $f(x) = \begin{cases} 15 \sin(0,02\pi x) + 15, & \text{если } x < 15 \\ 15 - 120 \cdot (x - 6)^{-0,5}, & \text{если } x \geq 15 \end{cases}$ .