

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 249

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1–A10 и B1–B3) базового уровня по материалу курса математики. К каждому заданию A1–A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1–B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4–B11, C1, C2) по материалу курса математики. К заданиям B4–B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

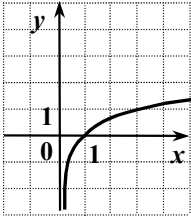
Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

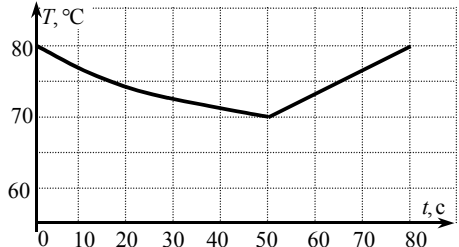
Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1–A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "x" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение  $b^{-0,7} \cdot b^{2,8}$ .
- 1)  $b^{-1,96}$       2)  $b^{3,5}$       3)  $b^{-4}$       4)  $b^{2,1}$
- A2** Вычислите:  $\frac{\sqrt{245}}{\sqrt{5}}$ .
- 1) 7      2) 8      3)  $\sqrt{47}$       4)  $\sqrt{51}$
- A3** Вычислите:  $\log_3 0,6 + \log_3 5$ .
- 1) 1      2) 2      3) -1      4) 0
- A4** На рисунке изображен график одной из перечисленных функций. Укажите эту функцию.
- 1)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$   
 2)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$   
 3)  $y = \log_3 x$   
 4)  $y = 3^x$
- 
- A5** Найдите производную функции  $y = e^x - 0,9x^2$ .
- 1)  $y' = xe^{x-1} - 1,8x$   
 2)  $y' = e^x - 1,8x$   
 3)  $y' = xe^{x-1} - 0,3x^3$   
 4)  $y' = e^x - 0,81x$

- A6** Найдите множество значений функции  $y = \sin x + 11$ .
- 1)  $[-1; 1]$       2)  $[10; 12]$       3)  $(-\infty; +\infty)$       4)  $[11; 12]$

- A7** Хозяйка установила на утюг режим «хлопок». В этом режиме спираль утюга нагревается до  $80^\circ\text{C}$ , и терморегулятор размыкает цепь. Когда утюг остывает до  $70^\circ\text{C}$ , цепь снова замыкается, и утюг нагревается опять до  $80^\circ\text{C}$ , и т.д. На рисунке представлен график зависимости температуры  $T$  утюга в промежутке времени  $t$  между двумя последовательными размыканиями цепи. Через сколько секунд после замыкания цепи температура утюга достигает заданной максимальной величины?
- 
- 1) 30      2) 40      3) 50      4) 80

- A8** Решите неравенство  $\frac{5x-10}{x+26} < 0$ .
- 1)  $(-\infty; -2) \cup (26; +\infty)$   
 2)  $(-\infty; -26) \cup (2; +\infty)$   
 3)  $(-2; 26)$   
 4)  $(-26; 2)$

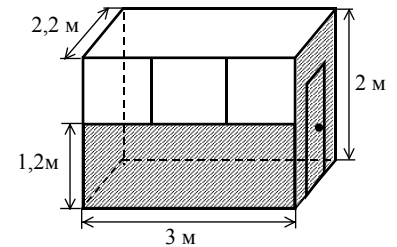
- A9** Решите уравнение  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- 1)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 2)  $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 3)  $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 4)  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- A10** Решите неравенство  $3^{4x} < 3^{3x+14}$ .
- 1)  $(-\infty; 2)$       2)  $(2; +\infty)$       3)  $(-\infty; 14)$       4)  $(14; +\infty)$

*Ответом на задания В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- B1** Найдите значение выражения  $5 \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ , если  $\sin^2 \alpha = 0,2$ .
- B2** Решите уравнение  $7 \cdot 12^{\log_{12} x} = 4,8 - 5x$ .

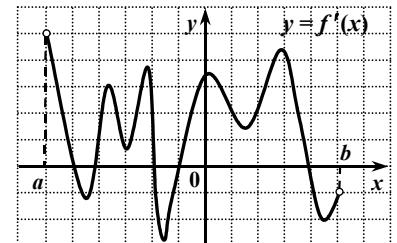
- B3** Для наружной окраски стен и двери газетного киоска с окнами только спереди (см. рисунок) необходимо приобрести краску, которая продается в банках по 1 кг. Сколько банок потребуется купить для выполнения этой работы, если средний расход краски равен 100 г на  $1 \text{ м}^2$ ?



**ЧАСТЬ 2**

- B4** Решите уравнение  $80^x - 5 \cdot 16^x = 8 \cdot 5^x - 40$ .  
 (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму корней).

- B5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(a; b)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек минимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .



**В6** Найдите значение выражения  $\frac{2}{(\sqrt{6} - \sqrt[4]{34})(\sqrt{6} + \sqrt[4]{34})} - \sqrt{34}$ .

**В7** Функция  $y = f(x)$  определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 3. Найдите значение выражения  $(f(-10) - 2f(8)) \cdot f(-2)$ , если  $f(-1) = 3$  и  $f(1) = 0,5$ .

**В8** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выполняется соотношение  $\log_3(5 + 4x - x^2) \geq x^2 - 4x + 6$ .  
(Если таких значений  $x$  более одного, то в бланке ответов запишите наименьшее значение.)

**В9** Магазин выставил на продажу товар с наценкой 40% от закупочной цены (стоимости единицы товара). После продажи 0,75 всего товара магазин снизил назначенную цену на 80% и распродал оставшийся товар. Сколько процентов от закупочной стоимости товара составила прибыль магазина?

**В10** Угол между образующими  $CA$  и  $CB$  конуса равен  $90^\circ$ , высота конуса равна 1, а радиус основания равен  $\sqrt{3}$ . Найдите градусную меру угла между плоскостью  $ABC$  и плоскостью основания конуса.

**В11** В параллелограмме  $ABCD$  биссектриса угла  $D$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$  и прямую  $BC$  в точке  $P$ . Найдите периметр треугольника  $ADK$ , если  $AD = 12$ ,  $CD = 32$ ,  $PK = 30$ .

*Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – решение.*

**C1** Найдите абсциссы всех точек графика функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ , касательные в которых параллельны прямой  $y = 15x$  или совпадают с ней.

**C2** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых произведение значений выражений  $3 + \sqrt[4]{4 - 7x - 2x^2}$  и  $\sin \frac{x}{2} + 1$  положительно.

### ЧАСТЬ 3

*Для записи ответов на задания C3–C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – обоснованное решение.*

**C3** Найдите все значения  $a \neq 0$ , при каждом из которых хотя бы одно значение функции  $y = 5 + \frac{a^2}{1 + x^2}$  не принадлежит промежутку  $(-3; 8a^{-2} - 2]$ .

**C4** Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $AB = 7$ ,  $AD = 8$ ,  $AA_1 = 2\sqrt{58}$ . Точка  $M$  лежит на диагонали  $BC_1$ , точка  $N$  лежит на диагонали  $BD$ , прямые  $AM$  и  $A_1N$  пересекаются. Определите тангенс угла между прямой  $MN$  и плоскостью  $ABC$ , если  $BN : ND = 3 : 8$ .

**C5** Решите уравнение  $x^6 - |9 + 8x|^3 = 27 \cos(x^2) - 27 \cos(9 + 8x)$ .

