

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

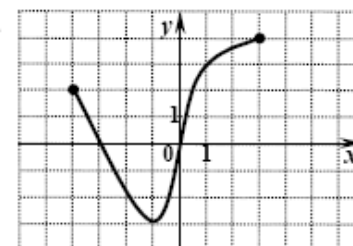
При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1 Упростите выражение  $5x^{2,3} \cdot 2x^{-0,3}$ .
- 1)  $7x^{-0,69}$       2)  $10x^{-0,69}$       3)  $7x^2$       4)  $10x^2$

- A2 Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{135}}{3\sqrt[3]{5}}$ .
- 1) 1      2) 5      3) 3      4) 9

- A3 Вычислите:  $\log_6 180 - \log_6 5$ .
- 1) 30      2) 2      3) 3      4) 6

- A4 Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?



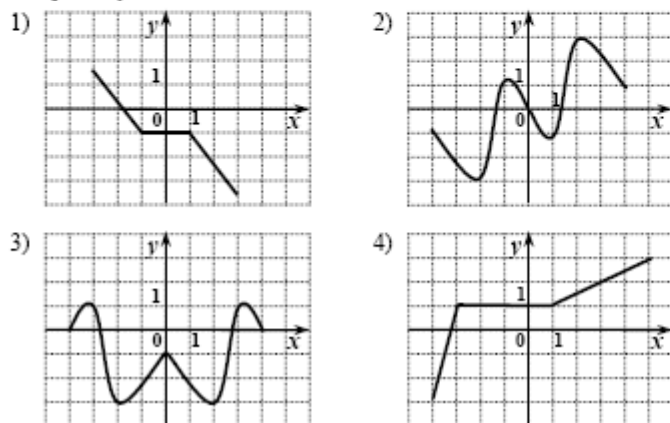
- 1)  $[0; 3]$   
 2)  $[-3; 0]$   
 3)  $[-4; -1]$   
 4)  $[-1; 3]$

- A5 Найдите производную функции  $y = 5e^x + 24x^2$ .

- 1)  $y' = 5xe^{x-1} + 8x^3$   
 2)  $y' = 5e^x + 48x$   
 3)  $y' = 5e^x + 8x^3$   
 4)  $y' = 5xe^{x-1} + 48x$

- A6** Найдите множество значений функции  $y = 4 + \cos 4x$ .  
 1)  $[0; 4]$       2)  $[4; 6]$       3)  $[3; 5]$       4)  $[0; 8]$

- A7** Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке  $(-3; 1)$  только положительные значения.



- A8** Решите неравенство  $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$ .

- 1)  $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$   
 2)  $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$   
 3)  $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$   
 4)  $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

- A9** Решите уравнение  $\sin x = 1$ .

- 1)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 2)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 3)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 4)  $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

- A10** Найдите область определения функции  $y = \sqrt{3^{10x-1} - 9}$ .  
 1)  $[3\frac{1}{3}; +\infty)$       2)  $[0,3; +\infty)$       3)  $(0,3; +\infty)$       4)  $(-\infty; 0,3]$

*Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

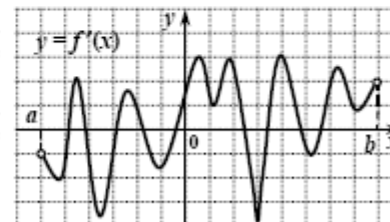
- B1** Найдите значение выражения  $10^{d+2}$ , если  $10^d = 0,13$ .  
**B2** Решите уравнение  $\log_5 x = \log_5 6 + \log_5 4$ .  
**B3** Найдите значение выражения  $\sqrt{11} \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$ ,  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ .

**ЧАСТЬ 2**

- B4** Решите уравнение  $7^x - 6 \cdot (\sqrt{7})^x - 7 = 0$ .  
 (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

- B5** Вычислите значение выражения  $e^{\ln 4} + 196^{\log_{14} \sqrt{10}}$ .

- B6** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(a; b)$ . На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек минимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .



ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

**B7** Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{x^2 + x - 6}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{3}} \leq 0.$$

**B8** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На промежутке  $[-4; 0)$  она задается формулой  $f(x) = 2 - 2x - x^2$ . Найдите значение выражения  $3f(-14) - 2f(17)$ .

**\*B9** Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 30 страниц текста за 1 ч. Работая отдельно, первая машинистка печатает 140 страниц такого же текста на 5 ч дольше, чем вторая машинистка печатает 80 страниц. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 280 страниц?

**\*B10** Основание прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$ . Высота призмы равна 6. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью  $ADC_1$ .

**\*B11** Сторона ромба  $ABCD$  равна  $3\sqrt{5}$ , а косинус угла  $A$  равен  $\frac{2}{3}$ . Высота  $BH$  пересекает диагональ  $AC$  в точке  $M$ . Найдите длину отрезка  $BM$ .

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

**C1** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (2x - 6)^5 - 5(2x - 6)^4$  при  $|x - 3| \leq 1$ .

**C2** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $6x \log_2 \sqrt{3 - 2x} + 2x^2 \log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x)$  и  $2x^2 - 3x$  принимают равные значения.

**C3** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{(4 \cos \sqrt{x-1} - 3) - a}{a - (3^x + 7\sqrt{2} \cdot 3^{-x} - 5)} \leq 0$  не имеет решений.

**\*C4** Дан конус с вершиной  $M$ , радиус основания которого равен  $\sqrt{6}$ . На окружности его основания выбраны точки  $A, B, C$  так, что углы  $\angle BMA, \angle AMC, \angle CMB$  равны  $60^\circ$  каждый. Точка  $F$  выбрана на дуге  $BC$  окружности основания конуса, не содержащей точки  $A$ , так, что объем пирамиды  $MABFC$  наибольший. Найдите расстояние от точки  $F$  до плоскости  $MAB$ .

**C5** Для чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{40}$  верны равенства  $a_{n+1} = f(a_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 39$ . Найдите  $a_8 - a_7$ , если известно, что  $a_{40} = 0$ , а  $f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{14}{x-2}, & \text{если } x < 2 \\ 6 - \frac{49}{x} + \log_2 \left( 4 - \frac{81}{x+19} \right), & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$ .